los libros del mirasol

BERTRAND RUSSELL

# CONOCIMIENTO DEL MUNDO EXTERIOR

## FUNDAMENTOS PARA UN METODO CIENTIFICO FILOSOFICO

Bertrand Russell

# CONOCIMIENTO DEL MUNDO EXTERIOR

*Fundamentos para un método científico filosófico*

los libros del mirasol

Título del original inglés:
OUR KNOWLEDGE OF THE EXTERNAL WORLD
© *by George Allen & Unwin, Ltd., Londres*
Traducción de
MARÍA TERESA CÁRDENAS

JJL

IMPRESO EN LA ARGENTINA
PRINTED IN ARGENTINA

Queda hecho el depósito que previene la ley número 11.723
© 1964 by COMPAÑÍA GENERAL FABRIL EDITORA, S.A., Bs. As.

# PREFACIO

*Las conferencias siguientes* [1] *intentan exponer, con ejemplos, la naturaleza, capacidad y limitaciones del método lógico analítico en filosofía. Este método, cuyo primer ejemplo completo se encuentra en los escritos de Frege, se me impuso en forma gradual y creciente, durante la actual investigación, como algo perfectamente preciso, capaz de sintetizarse en axiomas, y adecuado para proporcionar, en todas las ramas de la filosofía, todo el conocimiento científico y objetivo posible. La mayoría de los métodos practicados hasta ahora han pretendido conducir a resultados más ambiciosos que los que el análisis lógico puede aspirar a alcanzar, pero, infortunadamente, muchos filósofos competentes han considerado inadmisibles estos resultados. Los grandes sistemas del pasado, mirados sólo como hipótesis y como ayudas a la imaginación, cumplen un objetivo de gran utilidad, y son muy dignos de estudio. Pero se necesita algo diferente si la filosofía ha de convertirse en una ciencia y aspirar a resultados independientes de las inclinaciones y del temperamento del filósofo que los defiende. En lo que sigue, he intentado mostrar, aunque imperfectamente, el modo por el que creo que ha de lograrse este* desideratum.

*El problema central con el que he intentado ilustrar el método, es el de la relación entre los datos no elaborados que nos dan los sentidos y el espacio, el tiempo y la materia de la física matemática. Me he enterado de la importancia de este problema por mi amigo y colaborador el doctor Whitehead, a quien se deben casi todas las diferencias entre los puntos de vista defendidos aquí y los sugeridos en* Problemas de Filosofía [2]. *Le debo la definición de puntos, las indicaciones para tratar instantes y "cosas" y la concep-*

ción total del mundo de la física como una construcción más bien que como una inferencia. Lo dicho aquí sobre estos temas es, en realidad, una explicación preliminar aproximativa de los resultados más precisos que dará el doctor Whitehead en el cuarto volumen de nuestros Principia Matematica [3]. Si su modo de tratar estos temas puede llevarse a cabo con éxito, se verá que una luz enteramente nueva iluminará las tradicionales controversias entre realistas e idealistas, y se obtendrá un método para resolver todo lo que tenga solución en este problema.

Las especulaciones del pasado referentes a lo real o lo ilusorio del mundo físico se vieron frustradas, al principio, por la ausencia de una teoría satisfactoria del infinito matemático. Esta dificultad ha sido suprimida por el trabajo de Georg Cantor. Pero la solución positiva y detallada del problema mediante construcciones matemáticas, basadas en objetos sensibles dados como datos, sólo ha sido viabilizada por el desarrollo de la lógica matemática, sin la que es prácticamente imposible manejar ideas de indispensable complejidad y abstracción. Este aspecto, un tanto obscuro en un esbozo meramente popular como el contenido en las siguientes conferencias, se esclarecerá al publicarse la obra del doctor Whitehead. En lógica pura, que sin embargo se tratará muy brevemente en estas conferencias, me he beneficiado con descubrimientos de vital importancia hechos por mi amigo, el señor Ludwig Wittgenstein aún no publicados.

Como mi propósito era ilustrar el método, he incluido mucho que es tentativo e incompleto, porque no sólo por el estudio de estructuras terminadas puede aprenderse el modo de construcción. Excepto materias como la teoría del infinito de Cantor, las teorías indicadas no persiguen ninguna finalidad; pero creo que si ellas requieren modificación, será descubierta sustancialmente por el mismo método que ahora las hace parecer probables, y sobre esta base pido al lector que sea tolerante con lo incompleto de las teorías expuestas.

# PRIMERA CONFERENCIA

## TENDENCIAS ACTUALES

La filosofía, desde los primeros tiempos, ha tenido más pretensiones y ha logrado menos resultados que cualquier otra rama del saber. Desde que Tales dijo que todo es agua, los filósofos han lanzado volubles aseveraciones sobre la esencia total de las cosas; e igualmente volubles negaciones han procedido de otros filósofos desde que Tales fue rebatido por Anaximandro. Creo que ahora ha llegado el momento de poner fin a este estado de cosas. En la serie siguiente de conferencias, trataré de indicar, tomando principalmente ciertos problemas especiales como ejemplos, dónde las pretensiones de los filósofos han sido excesivas y por qué sus logros no han sido mayores. Creo que los problemas y el método de la filosofía han sido mal interpretados por todas las escuelas, muchos de sus problemas tradicionales son insolubles con nuestros métodos de conocimiento, mientras que otros problemas más relegados pero no menos importantes, con un método más perseverante y más adecuado, pueden ser resueltos con toda la precisión y certidumbre que alcanzaron las ciencias más avanzadas.

Entre las filosofías de nuestros días, debemos distinguir tres tipos principales, a menudo combinados en variadas proporciones por un solo filósofo, pero distintos en esencia y dirección. El primer tipo, que llamaré la tradición clásica, deriva, en lo principal, de Kant y Hegel; representa la tentativa para adaptar a las necesidades presentes los métodos y los resultados de los grandes filósofos constructivos, desde Platón en adelante. El segundo tipo, que puede llamarse evolucionismo, deriva su predominio de Darwin, y debe considerarse que Herbert Spencer fue su primer representante filosófico; pero en tiempos recientes,

principalmente a través de William James y de Bergson, se ha vuelto más osado y más penetrante en sus innovaciones, de lo que era en manos de Herbert Spencer. El tercer tipo, que puede llamarse "atomismo lógico" a falta de un nombre mejor, se ha introducido gradualmente en la filosofía a través del examen crítico de las matemáticas. Este tipo de filosofía, que es el que quiero defender, no tiene aún muchos adherentes sinceros, pero el "neo-realismo", que debe su comienzo a Harvard, está enormemente impregnado de su espíritu. Creo que representa la misma clase de adelanto que introdujo Galileo en la física: la sustitución de los resultados fragmentados, particularizados y verificables, por amplias generalidades sin experimentación, recomendadas sólo por un cierto llamamiento a la imaginación. Pero antes de que podamos comprender los cambios propiciados por esta nueva filosofía, debemos examinar y criticar brevemente los otros dos tipos con los cuales tiene que contender.

### *A. La tradición clásica*

Hace 20 años, la tradición clásica, después de vencer la tradición opuesta de los empiristas ingleses, dominó casi indiscutida en todas las universidades anglosajonas. En el momento presente, aunque está perdiendo terreno, muchos de los más eminentes profesores todavía son sus adeptos. En la Francia académica, a pesar de M. Bergson, es más poderosa que todas sus opositoras reunidas; y en Alemania tuvo muchos defensores. No obstante, representa en su conjunto una fuerza decadente, y ha fracasado en su adaptación a la índole de la época. Sus defensores son, principalmente, aquellos cuyos conocimientos fuera de la filosofía son literarios, más bien que aquellos que han sentido la inspiración científica. Aparte de los argumentos examinados, hay ciertas fuerzas intelectuales generales contra esta tradición clásica, las mismas fuerzas generales que están destruyendo las otras grandes síntesis del pasado, y haciendo de nuestra época un período abigarrado, allí donde nuestros antepasados marchaban a la clara luz de una certidumbre incuestionada.

El impulso original, a partir del que se desarrolló la tradición clásica, fue la cándida fé de los filósofos griegos en la omnipotencia del razonamiento. El descubrimiento

de la geometría los había embriagado y su método deductivo *a priori* parecía apto para una aplicación universal. Intentaron demostrar, por ejemplo, que toda la realidad es una, que no existe el cambio, que el mundo de los sentidos es un mundo de simple ilusión; y lo singular de sus resultados no les produjo escrúpulos porque creían en la corrección de su razonamiento. En esta forma se llegó a creer que por el mero pensamiento, las verdades más sorprendentes e importantes concernientes a la totalidad de la realidad podrían establecerse con tal certeza que ninguna observación contraria podría debilitar. A medida que iba desapareciendo el impulso vital de los primeros filósofos, su lugar fue ocupado por la autoridad y la tradición, reforzada, en la Edad Media y casi hasta nuestros días, por la teología sistemática. La filosofía moderna, de Descartes en adelante, aunque no está sujeta a la autoridad como la medieval, acepta todavía, con mayor o menor espíritu crítico, la lógica aristotélica. Además, excepto en Gran Bretaña, cree aún que el razonamiento *a priori* puede revelar secretos del universo, imposibles de descubrir de otra manera, y puede demostrar que la realidad es totalmente distinta de lo que parece ser por la observación directa. Esta creencia es, más que cualesquiera de los principios particulares que deriven de ella, lo que yo veo como la característica distintiva de la tradición clásica, y hasta ahora el principal obstáculo para una actitud científica en filosofía.

La naturaleza de la filosofía involucrada en la tradición clásica, puede resultar más clara tomando un exponente particular como ilustración. Con este propósito, consideremos por un momento las doctrinas del señor Bradley, que probablemente es el más distinguido representante inglés de esta escuela. El libro del señor Bradley, *Apariencia y realidad* tiene dos partes, la primera titulada "Apariencia" y la segunda, "Realidad". La primera parte examina y condena casi todo lo que constituye nuestro mundo de todos los días: cosas y cualidades, relaciones, espacio y tiempo, cambio, causalidad, actividad, el yo. Todos estos hechos, aunque en algún sentido califican la realidad, no son reales como aparecen. Lo real es un todo único, indivisible, intemporal, llamado el Absoluto, que en cierto sentido es espiritual, pero no se compone de almas o de pensamiento y voluntad, según las conocemos. Y todo esto es establecido por un razonamiento abstracto lógico que

se esfuerza en hallar contradicciones internas en las categorías condenadas como mera apariencia, y en no dejar alternativa defendible a ese Absoluto que finalmente es confirmado como lo real.

Un solo ejemplo será suficiente para ilustrar el método del señor Bradley. El mundo parece estar lleno de muchas cosas con variadas relaciones entre sí: derecha e izquierda, antes y después, padre e hijo, y así sucesivamente. Pero de acuerdo con el señor Bradley, al ser examinadas las relaciones, resultan ser contradictorias consigo mismas y, por lo tanto, imposibles. Sostiene en primer lugar que, si hay relaciones, debe haber cualidades entre las cuales se dan. Esta parte de su argumentación no requiere que nos detengamos. Entonces prosigue:

"Pero cómo la relación puede enlazarse con las cualidades, es, por otra parte, ininteligible. Si la relación no tiene nada que ver con las cualidades, entonces no están en absoluto relacionadas, y, si es así, como vimos, han cesado de ser cualidades, y su relación es nula. Pero si la relación tiene algo que ver con las cualidades, entonces, evidentemente, necesitaremos una *nueva* relación que las una. Porque la relación difícilmente puede ser el mero adjetivo de uno o de ambos de sus términos; o, por lo menos, tal como está planteado, parece indefendible. Y, siendo la relación algo en sí misma, si ella no lleva en sí una relación que una los términos, ¿de qué manera inteligible logrará significar algo para ellos? Pero, aquí nuevamente, estamos precipitándonos en el remolino de un proceso sin esperanza, desde que estamos forzados a seguir buscando nuevas relaciones sin fin. Los vínculos están unidos por un vínculo, y este eslabón de unión es a su vez un vínculo que también tiene dos términos; y éstos requieren cada uno un vínculo nuevo para enlazarlos con el antiguo. El problema consiste en cómo la relación puede permanecer unida a las cualidades, y este problema es insoluble." [4]

No me propongo examinar este argumento en detalle, o mostrar los puntos exactos donde, en mi opinión, es falaz. Lo he citado solamente como un ejemplo de método. La mayoría de las personas admitirán que está calculado producir confusión más bien que convicción, porque hay más probabilidad de error en un argumento muy sutil, abstracto y difícil que en un hecho tan manifiesto co-

mo la interrelación de las cosas en el mundo. Para los primitivos griegos, para quienes la geometría era prácticamente la única ciencia conocida, era posible seguir razonando con beneplácito aun cuando ello condujera a las más extrañas conclusiones. Pero para nosotros, con nuestros métodos de experimentación y observación, nuestro conocimiento de la larga historia de errores *a priori* refutados por la ciencia práctica, se ha hecho natural sospechar una falacia en toda deducción cuya conclusión parece contradecir hechos evidentes. Es fácil llevar tal sospecha demasiado lejos, y es muy de desear, si fuera posible, descubrir realmente la naturaleza exacta del error cuando existe. Pero, sin duda, lo que llamamos visión empírica se ha convertido en parte del modo de pensar de la gente más culta; y es esto, más bien que cualquier argumento definitivo, lo que ha disminuido la influencia de la tradición clásica sobre los estudiosos de la filosofía y el público instruido en general.

La función de la lógica en la filosofía es importantísima, como trataré de mostrarlo en una etapa posterior; pero no creo que su función sea la que tenía en la tradición clásica. En esta tradición, la lógica se hace constructiva a través de la negación. Donde numerosas alternativas parecen ser, a primera vista, igualmente posibles, la lógica es la encargada de rechazar todas excepto una, y ésa es declarada entonces como realizable en el mundo real. Así, el mundo es construido por medio de la lógica, con poco o ningún llamado a la experiencia concreta. La verdadera función de la lógica es, en mi opinión, exactamente la opuesta. Cuando es aplicada a objetos de la experiencia, es analítica más bien que constructiva; tomada *a priori*, muestra la posibilidad de alternativas insospechadas hasta ahora, más a menudo que la imposibilidad de alternativas que parecen, *prima facie*, posibles. Así, mientras libera la imaginación con respecto a lo que el mundo *podría* ser, rehúsa legislar con respecto a lo que el mundo *es*. Este cambio, llevado a cabo por una revolución interna de la lógica, ha terminado con las ambiciosas construcciones de la metafísica tradicional, aun para aquellos cuya fe en la lógica es muy grande; mientras que, para los muchos que ven la lógica como una quimera, los sistemas paradójicos a los cuales ha dado nacimiento no parecen ser ni siquiera dignos de refutación. Así, por todos lados, estos sistemas han cesado de atraer, y el mundo filosófico tiende más y más a omitirlos.

Una o dos de las doctrinas favoritas de la escuela que estamos considerando, pueden mencionarse para ilustrar la naturaleza de sus pretensiones. El universo, nos dicen, es una "unidad orgánica", como un animal o una obra de arte perfecta. Con esto quieren decir, vulgarmente hablando, que las diferentes partes se ensamblan unas con otras y cooperan, y son lo que son a causa de su lugar en el todo. Esta creencia es, a veces, enunciada en forma dogmática, mientras que otras veces es sostenida con ciertos argumentos lógicos. Si esta creencia es verdadera, cada parte del universo es un microcosmo, un reflejo en miniatura del todo. Si nos conociéramos completamente a nosotros mismos, de acuerdo con esta doctrina, conoceríamos todo. El sentido común podría objetar, naturalmente, que hay personas, digamos en China, con quienes nuestras relaciones son tan indirectas y triviales, que no podemos inferir nada importante con respecto a ellas partiendo de hechos personales. Si hay seres vivos en Marte, o en lugares más distantes del universo, el mismo argumento se refuerza. Pero, yendo más lejos, quizás el contenido íntegro del espacio y el tiempo en el que vivimos forma sólo uno de los muchos universos, cada uno creyéndose a sí mismo completo; y así la concepción de la unidad necesaria de todo lo que existe se resuelve en pobreza de imaginación, y una lógica más libre nos emancipa de la ajustada chupa de esta benevolente ley, que el idealismo presenta engañosamente como la totalidad del ser.

Otra doctrina muy importante, sostenida por la mayor parte de la escuela que estamos examinando, aunque no por su totalidad, es la doctrina de que toda la realidad consiste en lo que llamamos "mental" o "espiritual", o que, de todos modos, toda la realidad depende para su existencia de lo que es mental. Este punto de vista es, a menudo, particularizado en la fórmula que establece que la relación entre el que conoce y lo conocido es fundamental, y que nada puede existir a menos que conozca o sea conocido. Otra vez aquí la misma función legislativa es atribuida a una argumentación *a priori*: se cree que hay contradicción en una realidad desconocida. Nuevamente, si no me equivoco, el argumento es falaz, y una lógica mejor nos mostrará que no pueden ponerse límites a la extensión y naturaleza de lo desconocido. Y cuando hablo de desconocido, no me refiero puramente a lo que nosotros, en forma personal, no cono-

cemos, sino a lo que no es conocido por mente alguna. Aquí, como en todas partes, mientras la vieja lógica vedaba posibilidades y aprisionaba la imaginación entre los muros de lo familiar, la lógica nueva muestra más bien lo que puede acontecer, y rehúsa sentenciar lo que *debe* suceder.

La tradición clásica en filosofía es el último vástago sobreviviente de dos padres muy distintos: la creencia griega en la razón, y la creencia medieval en el perfecto ordenamiento del universo. Para los eruditos escolásticos que vivían en medio de guerras, matanzas y pestes, nada parecía tan deleitable como la seguridad y el orden. Seguridad y orden que buscaban en sus sueños idealizados: el universo de Tomás de Aquino o de Dante es tan pequeño y pulcro como el interior de un hogar holandés. Para nosotros, para quienes la seguridad se ha convertido en monotonía, para quienes el primitivo salvajismo de la naturaleza está tan remoto que se ha vuelto un simple aderezo agradable para nuestra ordenada rutina, el mundo de los sueños es muy diferente de como era en medio de las guerras de güelfos y gibelinos. De aquí la protesta de William James contra lo que llama el "universo monolítico" de la tradición clásica; de aquí el culto a la fuerza de Nietzsche; de aquí la verbal sed de sangre de muchos apacibles literatos. El substratum bárbaro de la naturaleza humana, insatisfecho en la acción, encuentra un desahogo en la imaginación. En filosofía, como en todos los otros campos, es visible esta tendencia, y es esto, más que cualquier argumento formal, lo que ha puesto de lado la tradición clásica para sustituirla por una filosofía que se supone a sí misma más viril y más vital [5]

### *B. Evolucionismo*

El evolucionismo, en una forma u otra, es el credo que prevalece en nuestro tiempo. Domina nuestra política, nuestra literatura, y no menos nuestra filosofía. Nietzsche, el pragmatismo, Bergson, son fases de su desarrollo filosófico, y, mucho más allá de los círculos de filósofos profesionales, su popularidad muestra su consonancia con el espíritu de la época. Se cree a sí mismo firmemente basado en la ciencia, liberador de esperanzas, inspirador de una vigorizante fe en el poder humano, seguro antídoto frente a la autoridad raciocinadora de los griegos y a la autoridad dogmá-

tica de los sistemas medievales. Contra un credo tan de moda y tan agradable, parece inútil elevar una protesta; y cada hombre moderno ha de estar de acuerdo con gran parte de su espíritu. Pero creo que, en la embriaguez de un rápido éxito, ha sido olvidado mucho de lo que es importante y vital para una veraz comprensión del universo. Algo del helenismo debe ser combinado con el nuevo espíritu antes de que pueda emerger del ardor de la juventud a la sabiduría de la madurez. Y ya es tiempo de recordar que la biología no es ni la única ciencia, ni aun el modelo al que todas las otras ciencias deben adaptarse. El evolucionismo, como trataré de mostrar, no es una filosofía verdaderamente científica, ni en su método ni en los problemas que considera. La filosofía verdaderamente científica es algo más arduo y más apartado, que recurre a menos esperanzas mundanas, y que requiere una severa disciplina para su práctica exitosa.

*El origen de las especies* de Darwin persuadió al mundo de que la diferencia entre distintas especies de animales y plantas no es fija e inmutable como parecía ser. La doctrina de las especies naturales, que había hecho de la clasificación algo fácil y definitivo, que se mantenía como una reliquia en la tradición aristotélica, y protegida por su supuesta necesidad por el dogma ortodoxo, fue barrida de súbito, para siempre, del mundo de la biología. Se demostró que la diferencia entre el hombre y los animales inferiores que a nuestra humana presunción parece enorme, es un logro gradual, implicando seres intermedios que no podían ser colocados con certeza ni dentro ni fuera de la familia humana. Ya había demostrado Laplace que, muy probablemente, el Sol y los planetas derivaban de una nebulosa, más o menos indiferenciada. Así los viejos cotos fijos se convirtieron en ondulantes e indistintos, y todos los contornos netos se hicieron borrosos. Cosas y especies perdieron sus límites, y nadie podría haber dicho dónde comenzaban y dónde terminaban.

Pero si la pretensión humana vaciló por un momento, a causa de su parentesco con el mono, pronto encontró un camino para reafirmarse, y ese camino es la "filosofía" de la evolución. Un proceso que conduce desde la ameba hasta el hombre les parece a los filósofos evidentemente un progreso, aunque no se sabe si la ameba estaría de acuerdo con esta opinión. De aquí que el ciclo de cambios que la

ciencia mostró como la probable historia del pasado, fue bien venido como revelador de una ley de desarrollo hacia el bien del universo: una evolución o un despliegue de un ideal que se incorpora lentamente a lo real. Pero tal opinión, aunque debió satisfacer a Spencer y a aquellos que podríamos llamar hegelianos evolucionistas, no podría ser aceptada como adecuada por los más sinceros partidarios del cambio. Un ideal al que el mundo continuamente se aproxima es, para estas mentes, demasiado muerto y estático, para ser sugerente. No sólo las aspiraciones, sino también el ideal, deben cambiar y desarrollarse con el curso de la evolución; no debe haber metas fijas, sino una continua adaptación de necesidades recientes por el impulso que es la vida y que solamente da unidad al proceso.

Después del siglo XVII, aquellos que William James describió como "espíritus delicados", han estado comprometidos en una desesperada lucha con la visión mecanicista del curso de la naturaleza que la ciencia física parecía imponer. Una gran parte del atractivo de la tradición clásica se debió a la parcial evasión del mecanicismo que esta tradición proporciona. Pero ahora, con la influencia de la biología, los "espíritus delicados" creen que es posible una evasión más radical, poniendo de lado no sólo las leyes de la física, sino todo el aparato aparentemente inmutable de la lógica, con sus conceptos fijos, sus principios generales y sus razonamientos, que parecen aptos para obligar aun al más renuente asentimiento. Por lo tanto, la antigua especie de la teología, que miraba el Fin como una meta fija, ya parcialmente visible, hacia la que nos aproximábamos gradualmente, es rechazada por Bergson porque no tiene suficientemente en cuenta el absoluto dominio del cambio. Después de explicar por qué no acepta el mecanicismo, prosigue [6]:

"El finalismo radical nos parece igualmente inaceptable, y por la misma razón; la doctrina de la finalidad, en su forma extrema, tal como la vemos en Leibniz, por ejemplo, presupone que las cosas y los seres no hacen más que ejecutar un programa trazado de antemano. Pero el tiempo también aquí resulta inútil desde que no hay nada imprevisto en el universo, ni invención ni creación; como en la hipótesis mecanicista se supone en el finalismo que *todo está dado* o planteado de antemano. Resulta así un mecanicismo al revés, como que se inspira en el mismo postulado,

con la sola diferencia de que en el curso de nuestras inteligencias finitas, a lo largo de la sucesión aparente de las cosas, coloca delante de nosotros la luz con que quiere guiarnos, en vez de ponerla detrás; sustituye el impulso del pasado por la atracción del porvenir. Pero siempre la sucesión, como el mismo curso de las cosas, sigue siendo pura apariencia; en la teoría de Leibniz, el tiempo se reduce a una percepción confusa, relativa al punto de vista humano, y que, para un espíritu situado en el centro de las cosas, se desvanecería como niebla que se disipa.

"Hay que reconocer, sin embargo, que a diferencia del mecanicismo, el finalismo no tiene líneas inflexibles y fijas, sino que admite cuantas inflexiones quieran dársele. A la filosofía mecanicista se la toma como es, o se la deja, y en verdad habría que dejarla desde el momento en que la más ligera partícula de polvo se desviara de la trayectoria prevista por la mecánica y manifestase una ligerísima veleidad de moverse por su cuenta. Por el contrario, la teoría de las causas finales nunca podrá ser refutada de un modo definitivo; si una de sus formas resulta falsa, adoptará otra en seguida; su principio, que es de esencia psicológica, es muy flexible y tan amplio y dilatable que, en cuanto se rechaza el mecanismo puro, hay que aceptar algo del finalismo. La tesis que expondremos en este libro participará necesariamente, y en cierta medida, del finalismo."

La forma de finalismo de Bergson depende de su concepción de la vida. La vida, en su filosofía, es un cauce continuo, en el que todas las divisiones son artificiales e irreales. Las cosas aisladas, los comienzos y los finales, son meras ficciones cómodas: sólo existe una transición suave e ininterrumpida. Las creencias de hoy pueden considerarse como verdaderas hoy, si nos conducen a lo largo del cauce; pero mañana serán falsas, y deberán ser reemplazadas por nuevas creencias para hacer frente a la nueva situación. Todos nuestros pensamientos consisten en ficciones cómodas, coagulaciones imaginarias del cauce: la realidad fluye a despecho de todas nuestras ficciones, y aunque puede ser vivida, no puede ser concebida por el pensamiento. De algún modo, sin un explícito enunciado, se introduce la seguridad de que el futuro, aunque no podemos predecirlo, será mejor que el pasado o el presente: el lector es como el niño que espera un dulce porque se le ha dicho que abra la boca y cierre los ojos. La lógica, la matemática, la física

desaparecen en esta filosofía, porque son demasiado "estáticas"; lo real es un impulso y un movimiento hacia una meta que, como el arco iris, retrocede a medida que avanzamos, y convierte cada lugar, cuando lo alcanzamos, en diferente de lo que parecía ser a la distancia.

Ahora bien, no me propongo emprender en este momento un examen técnico de esta filosofía. Por ahora sólo quiero hacer dos críticas sobre ella: primero, que su verdad no resulta de lo que la ciencia ha hecho probable respecto de los hechos de la evolución, y, segundo, que los motivos y los intereses que la inspiran son tan exclusivamente prácticos, y los problemas de los que se ocupa son tan especiales, que difícilmente puedan considerarse como realmente atingentes a las cuestiones que para mi mente constituyen una genuina filosofía.

1) Lo que la biología ha hecho probable es que las diferentes especies proceden por adaptación de un antepasado menos diferenciado. Este hecho es en sí mismo extraordinariamente interesante, pero no constituye la clase de hecho del que se desprenden las consecuencias filosóficas. La filosofía es general y se interesa en forma imparcial por todo lo que existe. Los cambios sufridos por porciones mínimas de materia en la superficie de la tierra son muy importantes para nosotros como seres conscientes; pero, para nosotros como filósofos, no tienen más interés que otros cambios en porciones de materia en cualquier otra parte. Y si los cambios en la superficie de la tierra, durante los escasos últimos millones de años, aparecen a nuestras actuales nociones éticas como si fueran un progreso, esto no da razón para creer que el progreso es una ley general del universo. Excepto bajo la influencia del deseo, nadie admitiría, ni por un momento, tan cruda generalización de tan menuda selección de hechos. Lo que resulta, no especialmente de la biología, sino de todas las ciencias que tratan sobre lo que existe, es que no podemos comprender el mundo a menos que podamos comprender el cambio y la continuidad. Esto es aún más evidente en física que en biología. Pero el análisis del cambio y la continuidad no es un problema sobre el que la física o la biología arrojen alguna luz: es un problema de nuevo tipo, perteneciente a una clase distinta de estudios. Si el evolucionismo ofrece una respuesta verdadera o falsa a este problema no es, por lo tanto, una cuestión para ser resuelta apelando a los hechos

particulares, tales como son descubiertos por la biología o la física. Al dar por sentado en forma dogmática determinada respuesta a este problema, el evolucionismo deja de ser científico; con todo, es únicamente en lo relativo a este problema que el evolucionismo alcanza la temática de la filosofía. De este modo, el evolucionismo consta de dos partes: una no filosófica, sino sólo una apresurada generalización de tal índole que las ciencias especiales pueden, en lo futuro, confirmar o refutar, la otra, no científica, sino un mero dogma sin base, perteneciente a la filosofía por el asunto que trata, pero de ninguna manera deducible de los hechos en los que el evolucionismo confía.

2) El interés predominante del evolucionismo está en el problema del destino humano, o por lo menos del destino de la Vida. Está más interesado en la moral y en la felicidad que en el conocimiento de su propio objeto. Debemos admitir que lo mismo se puede decir de muchas otras filosofías y que el deseo por la clase de conocimiento que la filosofía realmente puede proporcionar es muy raro. Pero si la filosofía debe hacerse científica, y nuestro objeto es descubrir cómo puede alcanzarse esto, es necesario antes, y en primer lugar, que los filósofos adquieran la desinteresada curiosidad intelectual que caracteriza al genuino hombre de ciencia. El conocimiento que concierne al futuro, que es la índole de conocimiento que debe buscarse si hemos de conocer el destino humano, es posible dentro de ciertos límites estrechos. Es imposible decir cuánto pueden ampliarse estos límites con el progreso de la ciencia. Pero lo que es evidente es que toda proposición sobre el futuro pertenece, por el asunto que trata, a alguna ciencia particular, y debe ser determinada, si de alguna manera ha de serlo, por los métodos de esa ciencia. La filosofía no es un atajo hacia el mismo género de conclusiones de las otras ciencias: si ha de ser un estudio genuino, ha de tener un campo propio, y aspirar a resultados que las otras ciencias no puedan comprobar ni confutar.

La consideración de que la filosofía, si existe tal estudio, debe consistir en proposiciones que no puedan encontrarse en otras ciencias, es una consideración que tiene consecuencias de gran alcance. Todos los problemas que tienen lo que se llama un interés humano, tal como, por ejemplo, la cuestión de la vida futura, pertenecen, por lo menos en teoría, a ciencias especiales, y son capaces, también en

teoría, de ser resueltos por la evidencia empírica. Los filósofos, en el pasado, se han permitido demasiado a menudo pronunciarse sobre problemas empíricos, y, como resultado, se han encontrado en desastroso conflicto con hechos perfectamente confirmados. Por lo tanto, debemos renunciar a la esperanza de que la filosofía pueda prometer satisfacciones a nuestros deseos mundanos. Lo que puede hacer, cuando esté depurada de toda mácula práctica, es ayudarnos a comprender los aspectos generales del mundo y el análisis lógico de las cosas familiares pero complejas. A través de este logro, mediante la insinuación de fructíferas hipótesis, puede ser indirectamente útil en otras ciencias, principalmente en las matemáticas, la física y la psicología. Pero la filosofía genuinamente científica no puede esperar interesar a nadie excepto a aquellos que tienen el deseo de comprender, de evadirse del azoramiento intelectual. En su propio dominio, ofrece el género de satisfacciones que ofrecen las otras ciencias. Pero no ofrece, ni trata de ofrecer, una solución al problema del destino humano, o del destino del universo.

El evolucionismo, si lo dicho es exacto, debe ser mirado como una apresurada generalización de ciertos hechos un poco especiales, acompañada por un dogmático rechazo de todo intento de análisis, e inspirada por intereses más prácticos que especulativos. A despecho, por lo tanto, de su requerimiento a los resultados particularizados en diversas ciencias, no puede ser mirado como más genuinamente científico que la tradición clásica que ha reemplazado. Trataré de demostrar primero con ejemplos de ciertos resultados alcanzados, y luego en forma más general, cómo la filosofía ha de convertirse en científica, y cuál es el verdadero asunto de la filosofía. Comenzaremos con el problema de las concepciones físicas de espacio, tiempo y materia, que, como hemos visto, son recusadas por los argumentos de los evolucionistas. Se admitirá que estas concepciones necesitan reconstrucción y verdaderamente esto es urgido en forma creciente por los físicos mismos. También se admitirá que la reconstrucción debe tomar más en cuenta el cambio y el fluir universal de cuanto lo hace la vieja mecánica con su concepción fundamental de una materia indestructible. Pero no creo que la reconstrucción requerida sea sobre lineamientos bergsonianos, ni creo que no sea perjudicial su rechazo de la lógica. Sin embargo, no adoptaré el método de la polémica explícita, sino

más bien el método de investigación independiente, partiendo de lo que, en una etapa prefilosófica, parecen ser hechos, y manteniéndome siempre tan cerca de estos datos iniciales como las exigencias de compatibilidad permitan.

Aunque la polémica explícita es casi siempre infecunda en filosofía, debido al hecho de que no siempre dos filósofos se entienden entre sí, con todo, parece necesario decir algo al principio en justificación de la actitud científica comparada con la mística. La metafísica, desde el primer momento, se ha desarrollado por la unión o el conflicto de estas dos actitudes. Entre los antiguos filósofos griegos, los jónicos eran más científicos, y los sicilianos más místicos [7]. Pero, entre los últimos, Pitágoras, por ejemplo, fue en sí mismo una curiosa mezcla de las dos tendencias: la actitud científica lo condujo a su proposición sobre los triángulos rectángulos, mientras su concepción mística le demostró que era inicuo comer habas. Cosa natural, sus discípulos se dividieron en dos sectas, los amantes de los triángulos rectángulos y los aborrecedores de las habas; pero aquella secta desapareció, dejando, sin embargo, un obsesionante sabor de misticismo en muchas especulaciones matemáticas griegas, y, en particular, en las opiniones de Platón sobre las matemáticas. Platón, por supuesto, une ambas actitudes, la científica y la mística en una forma superior a la de sus predecesores, pero la actitud mística es claramente la más fuerte de las dos, y le garantiza una victoria final allí donde el conflicto sea agudo. Platón, además, adoptó de los eleáticos el recurso de usar la lógica para derrotar el sentido común, y así dejar el campo abierto para el misticismo; recurso todavía empleado en la actualidad por los adherentes a la tradición clásica.

La lógica usada en defensa del misticismo me parece imperfecta como lógica, y en una conferencia posterior la criticaré sobre esta base. Pero los místicos más intransigentes no emplean la lógica, que desprecian: en cambio recurren directamente al dictamen inmediato de su conocimiento intuitivo. Ahora bien, aunque el misticismo plenamente desarrollado es raro en Occidente, algo de su tinte colorea los pensamientos de muchas personas, particularmente con respecto a materias sobre las que tienen fuertes convicciones no basadas en la evidencia. En todo aquel que busca apasionadamente los bienes fugitivos y difíciles, es casi irresistible la convicción de que hay en el mundo algo más pro-

fundo, más significativo, que la multiplicidad de los hechos pequeños descritos y clasificados por la ciencia. Tras el velo de estas cosas mundanas, sienten algo por completo diferente que resplandece confusamente, brillando con claridad en los grandes momentos de la iluminación, que son los únicos que proporcionan algo digno de ser llamado real conocimiento de la verdad. Por lo tanto, buscar tales momentos es para ellos el camino de la sabiduría, más que, como el hombre de ciencia, observar fríamente, analizar sin emoción y aceptar sin problema la realidad igual de lo trivial y lo importante.

De la realidad o irrealidad del mundo místico no sé nada. No tengo el deseo de negarlo, ni de declarar que el conocimiento que revela no es un conocimiento genuino. Lo que quiero mantener, y es aquí que la actitud científica se convierte en imperativa, es que el conocimiento, sin prueba y sin base, es una garantía insuficiente de la verdad, pese al hecho de que muchas de las más importantes verdades son primero sugeridas por esos medios. Es común hablar de una oposición entre instinto y razón; en el siglo XVIII, la posición estaba inclinada en favor de la razón, pero bajo la influencia de Rousseau y del movimiento romántico, el instinto obtuvo la preferencia, primero por aquellos que se rebelaban contra las formas artificiales de gobierno y de pensamiento, y luego, como la defensa puramente racionalista de la teología tradicional se volvía cada vez más difícil, por todos los que sentían en la ciencia una amenaza a los credos, que asociaban con una perspectiva espiritual de la vida y del mundo. Bergson, bajo el nombre de "intuición", ha elevado al instinto a la posición de único árbitro de la verdad metafísica. Pero, en realidad, la oposición de instinto y razón es principalmente ilusoria. Instinto, intuición o percepción es lo que primero conduce a las creencias que la subsecuente razón confirma o refuta; pero la confirmación, donde es posible, consiste, en último análisis, en su armonía con otras creencias no menos instintivas. La razón es una fuerza armonizadora que controla, más que una fuerza creadora. Aun en los dominios más puramente lógicos, es la percepción lo que primero llega a lo que es nuevo.

Donde instinto y razón provocan algunas veces conflictos es respecto de las creencias particulares, sostenidas instintivamente, y con tal determinación que ningún grado de incompatibilidad con otras creencias conduce a su abando-

no. El instinto, como todas las facultades humanas, está expuesto a error. Aquellos en quienes la razón es débil, a menudo son remisos para aceptar esto en cuanto a ellos mismos, aunque todos lo admiten en cuanto a los otros. Donde el instinto está menos sujeto a error es en los asuntos prácticos con respecto a los que el criterio correcto es una ayuda para sobrevivir; amistad y hostilidad en otros, por ejemplo, son a menudo sentidos con extraordinaria parcialidad a través de muy cuidadosos disfraces. Pero aun en tales asuntos una impresión errónea puede ser dada por la cautela o la adulación; y en asuntos menos directamente prácticos, tales como los que trata la filosofía, las creencias instintivas muy fuertes pueden ser enteramente erróneas, como podemos llegar a saber a través de su percibida contradicción con otras creencias igualmente fuertes. Tales consideraciones necesitan la mediación armonizadora de la razón, que somete a prueba nuestras creencias por su mutua compatibilidad y examina, en casos dudosos, las posibles fuentes de error en un lado y en el otro. En esto no hay oposición al instinto como un todo, sino solamente a la confianza ciega en algún aspecto interesante del instinto con la exclusión de otros aspectos más triviales pero no menos dignos de fe. La razón aspira a corregir tal parcialidad, no al instinto mismo.

Estas máximas más o menos trilladas pueden ser ilustradas por la aplicación a la defensa de Bergson de la "intuición" comparada con la "inteligencia". Hay, dice, "dos maneras profundamente diferentes de conocer una cosa. La primera implica que uno gira alrededor de la cosa; la segunda que se entra en ella. La primera depende del punto de vista donde se coloque, y de los símbolos por los que se la expresa; la segunda suprime todo punto de vista y no se apoya en ningún símbolo. Del primer conocimiento se dirá que se detiene en lo relativo; del segundo, siempre que sea posible, que alcanza lo absoluto" [8]. El segundo de éstos, que es la intuición, dice que es "la *simpatía* por la que nos transportamos al interior de un objeto para coincidir con lo que tiene de único y por consiguiente de inexpresable" (p. 16). Como ilustración, menciona el conocimiento de sí mismo: "hay, por lo menos, una realidad que todos aprehendemos desde dentro, por intuición y no por simple análisis. Es nuestra propia persona a través del tiempo; es nuestro yo que dura" (p. 18). El resto de la filosofía de Bergson con-

siste en dar cuenta del conocimiento logrado por la intuición, a través del instrumento imperfecto de las palabras, y la consecuente condenación completa de todo el oretendido conocimiento derivado de la ciencia y del sentido común.

Este procedimiento, desde que toma partido en un conflicto de creencias instintivas, para justificarse necesita probar que son más dignas de fe las creencias de un lado que las del otro. Bergson intenta esta justificación por dos caminos: primero, explicando que la inteligencia es una facultad puramente práctica destinada a asegurar el triunfo biológico; segundo, mencionando hechos notables del instinto en los animales, y señalando características del mundo que, aunque la intuición puede aprehenderlas, están vedadas a la inteligencia como él la interpreta.

De la teoría de Bergson de que la inteligencia es una facultad puramente práctica desarrollada en la lucha por la supervivencia, y no una fuente de creencias verdaderas, podemos decir, ante todo, que es sólo a través de la inteligencia que conocemos la lucha por la supervivencia y el linaje biológico del hombre; si la inteligencia está engañada, la totalidad de esta historia sólo inferida es presumiblemente falsa. Si, por otra parte, estamos de acuerdo con Bergson en pensar que la evolución ocurrió como Darwin creyó, entonces no sólo la inteligencia, sino todas nuestras facultades, se han desarrollado bajo el apremio de la utilidad práctica. La intuición se ve en su plenitud donde es directamente útil, por ejemplo en relación con caracteres e índoles de otras personas. Bergson aparentemente sostiene que la capacidad para esta clase de conocimiento es menos explicable por la lucha por la existencia que, por ejemplo, por la capacidad para las matemáticas puras. Empero, el salvaje engañado por una falsa amistad deberá probablemente pagar su error con la vida; mientras que, aun en las sociedades más civilizadas, los hombres no son condenados a muerte por incompetencia matemática. Todos sus ejemplos más sorprendentes de intuición en los animales tienen un valor muy directo de supervivencia. El hecho es, claro está, que ambos, intuición e inteligencia, se han desarrollado porque eran útiles, y que, hablando de una manera general, son útiles cuando procuran la verdad y perjudiciales cuando proporcionan una falsedad. En el hombre civilizado, la inteligencia, como la capacidad artística, ha sido desarrolla-

da a veces más allá del punto donde es útil al individuo; la intuición, por otro lado, parece en conjunto disminuir a medida que la civilización aumenta. Hablando en forma general, es mayor en los niños que en los adultos, en los incultos que en los educados. Probablemente en los perros excede todo lo que se puede hallar en los seres humanos. Pero aquellos que buscan en este hecho una recomendación de la intuición, deben volver a correr salvajemente en los bosques, a teñirse con gualda y a vivir de raíces y bayas.

Examinemos ahora si la intuición posee la infalibilidad que Bergson reclama para ella. El mejor ejemplo, de acuerdo con este autor, es nuestro conocimiento de nosotros mismos; empero, el conocimiento de sí mismo es proverbialmente raro y difícil. La mayoría de los hombres, por ejemplo, tiene en su naturaleza bajezas, vanidades y envidias de las que son completamente inconscientes, si bien hasta sus mejores amigos pueden percibirlas sin dificultad. Es exacto que la intuición tiene la cualidad de ser convincente que le falta a la inteligencia: mientras está presente, es casi imposible dudar de su verdad. Pero si sometida a examen apareciera por lo menos tan falible como la inteligencia, su mayor certeza subjetiva se convertiría en un demérito, haciéndola sólo más irresistiblemente decepcionante. Aparte del conocimiento de sí mismo, uno de los ejemplos más notables de intuición es el conocimiento que la gente cree poseer de los que ama: el muro entre diferentes personalidades parece volverse transparente, y la gente cree ver dentro de la otra alma como dentro de la propia. Pese a que la decepción en tales casos es frecuente, y aun donde no hay decepción intencional, la experiencia demuestra gradualmente, como regla, que el supuesto conocimiento inmediato fue ilusorio, y que los métodos más lentos, más cautelosos de la inteligencia, son a la larga más seguros.

Bergson sostiene que la inteligencia sólo puede ocuparse de cosas en tanto se parezcan a lo que ha sido experimentado en el pasado, mientras la intuición tiene el poder de aprehender la singularidad y la novedad que siempre pertenece a todo momento reciente. Que hay algo único y nuevo en cada momento es sin duda verdad; es también verdad que eso no puede ser completamente expresado por medio de conceptos intelectuales. Sólo un conocimiento directo puede dar el conocimiento de lo que es único y nuevo. Pero un conocimiento directo de esta índole es dado totalmente

por la sensación, y no requiere, que yo sepa, ninguna facultad especial de la intuición para ser aprehendido. No es ni la inteligencia ni la intuición, sino la sensación, lo que proporciona nuevos datos; pero cuando los datos son nuevos de alguna manera notable, la inteligencia es mucho más capaz de ocuparse de ellos que la intuición. La gallina con una camada de patitos sin duda tiene intuiciones que parecen situarla dentro de ellas, y no meramente saberlas analíticamente, pero cuando los patitos se echan al agua, se ve que es ilusoria la totalidad de la aparente intuición, y la gallina queda impotente en la orilla. La intuición, en realidad, es un aspecto y un desarrollo del instinto, y, como todo instinto, es admirable en esas circunstancias acostumbradas que lo rodean y que han modelado los hábitos del animal en cuestión, pero totalmente incompetente tan pronto como las circunstancias cambian en un sentido que demanda algún modo de acción no habitual.

La comprensión teórica del mundo, que es la aspiración de la filosofía, no es un asunto de gran importancia práctica para los animales, para los salvajes, o aun para la mayoría de los hombres civilizados. Difícilmente se puede suponer, por lo tanto, que los métodos rápidos, bruscos y eficaces del instinto o la intuición, encuentren en este ámbito un campo favorable para su aplicación. Las clases de actividad más antiguas, que ponen de manifiesto nuestro parentesco con remotas generaciones de antepasados animales y semianimales, son las que muestran la intuición en su plenitud. En asuntos tales como la propia preservación y el amor, la intuición actuará algunas veces (aunque no siempre) con una rapidez y una precisión que son asombrosas para la inteligencia crítica. Pero la filosofía no es una de las investigaciones que ilustren nuestra afinidad con el pasado: es una investigación altamente refinada, altamente civilizada, que exige, para su éxito, cierta liberación de la vida instintiva, y aun, a veces, cierto alejamiento de todas las esperanzas y de todos los temores mundanos. Por lo tanto, no es en la filosofía donde podemos esperar ver a la intuición en su plenitud. Por el contrario, puesto que los objetos propios de la filosofía y las condiciones del pensamiento exigidas para su aprehensión, son excepcionales, insólitos y extraños, es aquí, casi más que en cualquier otro lugar, que la inteligencia se demuestra superior a la intui-

ción, y que las convicciones rápidas sin análisis son menos dignas de aceptación sin crítica.

Antes de embarcarnos en la un tanto difícil y abstracta exposición que se extiende ante nosotros, estará bien hacer un examen de las esperanzas que podemos conservar y las que debemos abandonar. La esperanza de satisfacción de nuestros deseos más humanos, la esperanza de demostrar que el mundo tiene esta o aquella deseable característica ética, es una esperanza que la filosofía no puede hacer nada para satisfacer, que yo sepa. La diferencia entre un mundo bueno y uno malo es una diferencia en las características particulares de las cosas individuales que existen en estos mundos: no es una diferencia suficientemente abstracta como para entrar en el terreno de la filosofía. Amor y odio, por ejemplo, son opuestos éticos, pero para la filosofía son actitudes casi análogas para con los objetos. La forma general y la estructura de las actitudes hacia los objetos que constituyen los fenómenos mentales son un problema para la filosofía; pero la diferencia entre amor y odio no es una diferencia de forma o estructura, y, por lo tanto, pertenece más bien a la ciencia especial de la psicología que a la filosofía. De modo que los intereses éticos que han inspirado a menudo a los filósofos deben permanecer en segundo plano: algún interés ético puede inspirar la totalidad del estudio, pero ninguno de estos intereses debe imponerse por la fuerza en el detalle, ni se debe contar con ellos en los resultados especiales que se buscan.

Si esta perspectiva parece a primera vista desalentadora, podemos recordar que un cambio similar fue necesario en todas las otras ciencias. Ahora no se le exige al físico o al químico que pruebe la importancia ética de sus iones o átomos; no se cuenta con que el biólogo pruebe la utilidad de las plantas o animales que diseca. En épocas precientíficas, no era éste el caso. Se estudió la astronomía, por ejemplo, porque el hombre creía en la astrología: se creía que los movimientos de los planetas tenían la relación más directa e importante sobre las vidas de los seres humanos. Presumiblemente, cuando esta creencia decayó y el estudio desinteresado de la astronomía comenzó, muchos que habían encontrado a la astrología interesante en forma absorbente, juzgaron que la astronomía tenía demasiado poco interés humano para ser digna de estudio. La física, como aparece en el *Timeo* de Platón, por ejemplo, está llena de nocio-

nes éticas: es una parte esencial de su propósito mostrar que la Tierra es merecedora de admiración. Al físico moderno, por el contrario, aunque no tiene deseos de negar que la Tierra es admirable, no le incumben, como físico, los aspectos éticos: está interesado meramente en descubrir hechos, no en considerar si son buenos o malos. En psicología, la actitud científica es aún más reciente y más difícil que en las ciencias físicas: es natural opinar que la naturaleza humana es buena o mala y suponer que la diferencia entre bueno y malo, tan enteramente importante en la práctica, debe ser importante en la teoría también. Solamente durante el último siglo, la ciencia éticamente neutral de la psicología se ha desarrollado; y aquí la extrema neutralidad ética ha sido esencial para el éxito científico.

En filosofía, hasta ahora, la neutralidad ética ha sido buscada a menudo y siempre alcanzada difícilmente. Los hombres han tenido presente sus deseos, y han juzgado a las filosofías en relación con estos deseos. Expulsada de las ciencias particulares, la creencia de que las nociones del bien y del mal deben proveer una llave para la comprensión del mundo, ha buscado refugio en la filosofía. Pero aun de este último reducto debe ser arrojada esta creencia, si la filosofía tiene que dejar de ser un conjunto de amables sueños. Ya es un lugar común que la felicidad no es mejor alcanzada por aquellos que la buscan directamente; y parecería que lo mismo es verdad para el bien. Pensándolo mejor, sea como fuere, los que olvidan el bien y el mal y buscan sólo conocer los hechos, son más aptos para alcanzar el bien que aquellos que examinan el mundo a través del instrumento deformante de sus propios deseos.

La inmensa expansión de nuestro conocimiento de los hechos en épocas recientes, ha tenido, como tuvo en el Renacimiento, dos efectos sobre la perspectiva intelectual general. Por un lado, ha hecho desconfiar a los hombres de la verdad de los sistemas amplios y ambiciosos: las teorías van y vienen rápidamente, sirviendo, por un momento, para clasificar hechos conocidos y promover la búsqueda de hechos nuevos, pero cada una, a su turno, resulta inadecuada para ocuparse de los nuevos hechos cuando han sido hallados. Hasta los que inventan las teorías no las consideran, en la ciencia, sino como un expediente temporario. El ideal de una síntesis que abarque todo, tal como la Edad Media creía haber obtenido, retrocede cada vez más

lejos fuera de los límites de lo que parece factible. En tal mundo, como en el de Montaigne, nada parece valer la pena, excepto el descubrimiento de más y más hechos, y cada uno, a su vez, es el golpe mortal a alguna apreciada teoría; la inteligencia que ordena se hastía y cae en el desorden a través de la desesperación.

Por otra parte, los nuevos hechos han aportado nuevos poderes; el control físico del hombre sobre las fuerzas naturales ha sido incrementado con rapidez inigualada, y promete incrementarse en el futuro más allá de todos los límites fácilmente asignables. De este modo, junto a la desesperación con respecto a la teoría esencial, hay un inmenso optimismo con respecto a la práctica: lo que el hombre puede *realizar* parece casi ilimitado. Las viejas barreras fijas del poder humano, tales como la muerte, o la dependencia del decurso de la vida de un equilibrio de las fuerzas cósmicas, son olvidadas, y a ningún hecho difícil se le permite interrumpir el sueño de omnipotencia. No se tolera que ninguna filosofía fije límites a la capacidad del hombre de satisfacer sus deseos; y de este modo la misma desesperación de la teoría es invocada para silenciar cualquier susurro de duda con respecto a las posibilidades del alcance práctico.

En la bienvenida del nuevo hecho, y en la sospecha de dogmatismo con respecto al universo sin limitación, creo que el moderno espíritu debería ser aceptado enteramente como un progreso. Pero ambos, en sus pretensiones prácticas y en su desesperación especulativa, me parecen ir demasiado lejos. La mayor parte de lo que es más grande en el hombre se pone de manifiesto en respuesta a la frustración de sus esperanzas por obstáculos naturales inmutables; por la pretensión de omnipotencia, se convierte en trivial y un poco absurdo. Y del lado teórico, la verdad metafísica esencial, aunque abarque menos y sea más difícil de conseguir de cuanto les pareció a algunos filósofos en el pasado, creo que puede ser descubierta por los que están dispuestos a combinar la esperanza, la paciencia y la amplitud de mente de la ciencia con algo del sentimiento griego por la belleza en el mundo abstracto de la lógica y por el valor último intrínseco en la contemplación de la verdad.

Por lo tanto, la filosofía que quiera estar genuinamente inspirada por el espíritu científico, debe ocuparse de algunas materias áridas y abstractas y no debe tener esperanza de hallar una respuesta a los problemas prácticos de la

vida. Para los que deseen comprender mucho de lo que ha habido en el pasado de más difícil y obscuro en la constitución del universo, puede ofrecerles un galardón de triunfos tan dignos de nota como los de Newton y Darwin y tan importantes, a la larga, para el moldeamiento de nuestros hábitos mentales. Y trae consigo, como ocurre siempre con todo método nuevo y poderoso de investigación, un sentido del poder y una esperanza de progreso más seguros y mejor fundados que cualquier otro que permanezca en una generalización apresurada y falaz con respecto a la naturaleza del universo sin limitación. No se puede pretender cumplir muchas esperanzas que inspiraron a los filósofos en el pasado; pero se pueden satisfacer en forma más plena otras esperanzas, más puramente intelectuales de cuanto épocas anteriores pudieron haber considerado posibles para las mentes humanas.

# SEGUNDA CONFERENCIA

## LA LOGICA COMO ESENCIA DE LA FILOSOFIA

Los temas que tratamos en nuestra primera conferencia, y los que trataremos después, se reducen todos a problemas de lógica, en cuanto son genuinamente filosóficos. Esto no es debido a ninguna casualidad, sino al hecho de que todo problema filosófico, cuando está sometido a la depuración y al análisis necesarios, se encuentra que no es en absoluto verdaderamente filosófico, o bien, en el sentido en el que estamos usando la palabra, es lógico. Pero como el término "lógico" no es nunca empleado en el mismo sentido por dos filósofos diferentes, alguna explicación de qué quiero decir con esta palabra es indispensable al comienzo.

La lógica, en la Edad Media, y hasta el presente en la enseñanza, no significó más que una escolástica colección de términos técnicos y reglas de inferencia silogística. Aristóteles recitaba, y era el papel de los hombres más humildes repetir meramente la lección después de él. La trivial necedad envuelta en esta tradición es todavía aplicada en los exámenes, y defendida por autoridades eminentes como una excelente "propedéutica", es decir, un entrenamiento en aquellos hábitos de solemne farsa que serán más tarde una ayuda tan grande en la vida. Pero no es esto lo que pretendo ensalzar al decir que toda filosofía es lógica. Desde el comienzo del siglo XVII, todas las mentes vigorosas que se han interesado por la inferencia han abandonado la tradición medieval, y de un modo u otro han ampliado el alcance de la lógica.

La primera ampliación fue la introducción del método inductivo por Bacon y Galileo, por el primero en una forma especulativa y enormemente equivocada, por el último en su aplicación verdadera, estableciendo los fundamentos de

la física y la astronomía modernas. Esta es, probablemente, la única ampliación de la vieja lógica que se ha hecho familiar para el público culto en general. Pero la inducción, tan importante cuando es considerada como un método de investigación, no parece serlo ya cuando ha terminado su tarea: en el estado final de una ciencia perfecta, parecería que todo debiera ser deductivo. Si la inducción persiste de alguna manera, lo que es un problema difícil, permanecerá meramente como uno de los principios de acuerdo con los que son efectuadas las deducciones. Así, el resultado esencial de la introducción del método inductivo no parece ser la creación de una nueva clase de razonamiento no deductivo, sino más bien la ampliación del alcance de la deducción señalando un modo de deducir que ciertamente no es silogístico, y no se adapta al esquema medieval.

El problema del alcance y la validez de la inducción es muy difícil, y de gran importancia para nuestro conocimiento. Tomemos un problema tal como: "¿Saldrá el sol mañana?" Nuestro primer sentimiento instintivo es que tenemos abundantes razones para decir que saldrá, porque ha salido en tantas mañanas previas. Ahora bien, yo mismo no sé si esto proporciona un fundamento o no, pero estoy dispuesto a suponer que sí. La cuestión que se suscita entonces es: "¿Cuál es el principio de inferencia por el que pasamos de amaneceres pasados a amaneceres futuros?" La respuesta dada por Mill es de que la inferencia depende de la ley de causalidad. Supongamos que esto es verdadero; entonces ¿cuál es la razón para creer en la ley de causalidad? Hay, de una manera general, tres posibles respuestas: 1) que es en sí misma conocida *a priori*; 2) que es un postulado; 3) que es una generalización empírica proveniente de casos pasados en los que se la ha encontrado válida. La teoría de que la causalidad es conocida *a priori* no puede ser definitivamente refutada, pero puede ser convertida en no plausible por el mero proceso de formular la ley exactamente, y de tal modo mostrar que es inmensamente más complicada y menos evidente de lo que generalmente se supone. La teoría de que la causalidad es un postulado, es decir, que es algo que elegimos para defender aunque sabemos que es muy probablemente falso, es también incapaz de refutación; pero es también evidentemente incapaz de justificar ninguna aplicación de la ley en la inferencia.

Así hemos llegado a la teoría de que la ley es una generalización empírica, que es la opinión sostenida por Mill.

Pero si es así, ¿cómo han de justificarse las generalizaciones empíricas? La evidencia en favor de ellas no puede ser empírica, puesto que deseamos discutir desde lo que ha sido observado hasta lo que no ha sido observado; que solamente puede hacerse por medio de alguna relación conocida de lo observado y lo inobservado; pero lo inobservado, por definición, no es conocido empíricamente, y, por lo tanto, su relación con lo observado, si es conocida por completo, debe serlo con independencia de la evidencia empírica. Veamos lo que Mill dice sobre este punto.

De acuerdo con Mill, la ley de causalidad es comprobada por un proceso reconocidamente falible llamado "inducción por simple enumeración". Esto "consiste en dar el carácter de verdades generales a todas las proposiciones que son verdaderas en todos los casos conocidos" [9]. Con respecto a su falibilidad, afirma que "es insuficiente y engañoso exactamente en la misma proporción que el objeto de la observación es especial y limitado en extensión. Cuanto más se ensancha la esfera, menos probabilidades de error ofrece este método poco científico; y las clases de verdad más universales, de la ley de causalidad, por ejemplo, o también los principios de los números y de la geometría son debidamente probados por este solo método, y ni siquiera admiten otra prueba [10].

En el planteo arriba citado, hay dos lagunas evidentes: 1) ¿Cómo se justifica a sí mismo el método de la simple enumeración? 2) ¿Qué principio lógico, si lo hay, abarca el mismo campo que este método, sin estar expuesto a sus fracasos? Tomemos la segunda pregunta primero.

Un método de prueba que, cuando está usado como se ha señalado, proporciona a veces verdades y a veces falsedades, como ocurre con el método de la simple enumeración, es obvio que no es un método válido, porque la validez exige la verdad invariable. Así, si la simple enumeración debe adquirir validez, no debe ser planteada como Mill la plantea. Tendremos que decir, a lo sumo, que los datos hacen *probable* el resultado. La causalidad es válida, diremos, en todo caso que podamos experimentar; por lo tanto es *probablemente* válida en casos sin experimentación. Hay tremendas dificultades en la noción de probabilidad, pero por el momento podemos ignorarlas. De este

modo tenemos lo que por lo menos *puede* ser un principio lógico, puesto que no tiene excepción. Si una proposición es verdadera en todos los casos en que podamos conocerla, y si los casos son muchos, diremos entonces que se hace muy probable, según los datos, que sea verdad en casos más alejados. Esto no queda refutado por el hecho de que aquello que declaramos como probable no siempre ocurra, porque un acontecimiento puede ser probable de acuerdo con los datos y, con todo, no ocurrir. Sin embargo, es, de manera obvia, capaz de análisis más amplio y de una exposición más exacta. Tendremos que decir algo así: que todo caso en que una proposición [11] sea verdadera incrementa la probabilidad de ser verdadera en un caso nuevo y que un número suficiente de casos favorables, en ausencia de casos contrarios, aproxima indefinidamente a la certeza la probabilidad de verdad de un caso nuevo. Se requiere algún principio como éste, si ha de ser válido el método de simple enumeración.

Pero esto nos conduce a otro problema, a saber, ¿cómo se sabe que nuestro principio conocido es verdad? Es obvio que al ser requerido para justificar la inducción, no puede ser comprobado por la inducción; como va más allá de los datos empíricos, no puede ser comprobado por ellos solos; como es requerido para justificar todas las inferencias que desde los datos empíricos van más allá que ellos, no puede él mismo ni siquiera hacerse probable en ningún grado por medio de tales datos. En consecuencia, *si* es conocido, no es conocido por la experiencia, sino independientemente de la experiencia. No digo que tal principio es conocido: sólo digo que es requerido para justificar las inferencias que se obtienen de la experiencia que los empiristas admiten, y que él mismo no puede ser justificado empíricamente [12].

Una conclusión similar puede ser demostrada por argumentos similares que conciernen a cualquier otro principio lógico. De este modo, el conocimiento lógico no es derivable de la sola experiencia, y la filosofía empirista puede, por lo tanto, no ser aceptada en su totalidad, a despecho de su excelencia en muchas materias que están ubicadas fuera de la lógica.

Hegel y sus discípulos ampliaron el alcance de la lógica en un sentido bastante diferente; sentido que creo falso, pero que requiere una exposición aunque sea sólo para

mostrar cómo su concepción de la lógica difiere de la que yo defiendo. En sus escritos, la lógica es prácticamente idéntica a la metafísica. En un bosquejo general, esto ocurrió así: Hegel creía que, por medio de un razonamiento *a priori*, podría demostrarse que el mundo *debe* tener varias características importantes e interesantes, puesto que cualquier mundo sin estas características sería imposible y contradictorio consigo mismo. De este modo, lo que él llama "lógica" es una investigación de la naturaleza del universo, en cuanto esto puede ser inferido puramente del principio de que el universo debe ser lógicamente consecuente consigo mismo. Yo no creo que de este principio único pueda inferirse algo de importancia con respecto al universo existente. Pero, como quiera que pueda ser, no consideraría el razonamiento de Hegel, aun si fuera válido, como propiamente perteneciente a la lógica: sería más bien una aplicación de la lógica al mundo real. La lógica en sí misma debería interesarse más bien por problemas tales como qué es la identidad consigo misma, que Hegel, que yo sepa, no trata. Y aunque critica la lógica tradicional y pretende reemplazarla por una lógica propia mejorada, en algún sentido la lógica tradicional, con todas sus fallas, es supuesta sin crítica e inconscientemente en todo su razonamiento. No es en la dirección defendida por él, me parece, que la reforma de la lógica debe buscarse sino por una investigación más fundamental, más paciente y menos ambiciosa en las presuposiciones que su sistema comparte con los de la mayoría de los otros filósofos.

El modo por el que el sistema de Hegel, según me parece, presupone la lógica corriente, que critica subsecuentemente, es ejemplificado por la concepción general de "categorías" con la que opera desde el principio hasta el fin. Esta concepción es, creo, esencialmente un producto de confusión lógica, pero de alguna manera parece defender la concepción de "cualidades de la Realidad como un todo". Bradley ha elaborado una teoría de acuerdo con la que, en todo juicio, estamos atribuyendo un predicado a la Realidad como un todo; y esta teoría es derivada de Hegel. Ahora bien, la lógica tradicional sostiene que toda proposición atribuye un predicado a un sujeto, y de esto fácilmente se deduce que puede haber sólo un sujeto, el Absoluto, porque si hubiera dos, la proposición de que habría dos no atribuiría un predicado a ninguno. De este modo,

la doctrina de Hegel; de que las proposiciones filosóficas deben ser del tipo "el Absoluto es tal y tal", depende de la creencia tradicional en la universalidad de la forma sujeto-predicado. Esta creencia, con ser tradicional, escasamente consciente de sí misma, y sin que se la suponga importante, opera en segundo plano, y se la da por sentada en argumentos que, como la refutación de las relaciones, aparecen a primera vista tal como para establecer su verdad. Este es el aspecto más importante en el que Hegel presupone en forma no crítica la tradición lógica. Otros aspectos menos importantes, aunque con suficiente importancia como para ser la fuente de concepciones esencialmente hegelianas tales como el "concreto universal" y la "unión de identidad en la diversidad", se los halla donde trata explícitamente de la lógica formal [13].

Hay otra dirección totalmente distinta en la que ha tenido lugar un gran desarrollo técnico de la lógica: me refiero a la dirección de lo que se llama la logística o lógica matemática. Esta clase de lógica es matemática en dos sentidos diferentes: es en sí misma una rama de las matemáticas, y es la lógica que se aplica especialmente a otras ramas más tradicionales de las matemáticas. Desde el punto de vista histórico, comenzó *simplemente* como una rama de las matemáticas: su aplicación especial a otras ramas es un desarrollo más reciente. En ambos aspectos, es la culminación de una esperanza que Leibniz acarició durante toda su vida, y persiguió con todo el ardor de su sorprendente energía intelectual. Mucho de su trabajo sobre este tema ha sido publicado recientemente, puesto que sus descubrimientos han sido hechos nuevamente por otros; pero ninguno fue publicado por él, porque sus resultados estaban en contradicción con ciertos puntos de la doctrina tradicional del silogismo. Sabemos ahora que sobre estos puntos la doctrina tradicional es errónea, pero el respeto por Aristóteles impidió a Leibniz darse cuenta de que esto era posible [14].

El moderno desarrollo de la lógica matemática data de *Laws of Thought* de Boole (1854). Pero en él y en sus sucesores, antes de Peano y Frege, lo único realmente logrado, aparte de ciertos detalles, fue la invención de un simbolismo matemático para deducir consecuencias de las premisas que los métodos más nuevos comparten con los de Aristóteles. Este tema tiene considerable interés como rama in-

dependiente de las matematicas, pero tiene muy poco que hacer con la lógica real. El primer avance serio en la lógica real, desde el tiempo de los griegos, fue hecho independientemente por los matemáticos Peano y Frege. Ambos llegaron a sus resultados lógicos por un análisis de las matemáticas. La lógica tradicional considera que las dos proposiciones "Sócrates es mortal" y "Todos los hombres son mortales", son de la misma forma [15]; Peano y Frege mostraron que son totalmente diferentes en la forma La importancia filosófica de la lógica puede ser ilustrada por el hecho de que esta confusión, que todavía comete la mayor parte de los escritores, no solamente obscureció la totalidad del estudio de las formas del juicio y la inferencia, sino también las relaciones de las cosas con sus cualidades, de la existencia concreta con los conceptos abstractos y del mundo sensible con el mundo de las ideas platónicas. Peano y Frege, que señalaron el error, lo hicieron por razones técnicas, y aplicaron su lógica principalmente a adelantos técnicos; pero la importancia filosófica del avance que hicieron es imposible de exagerar.

La lógica matemática, aun en su forma más moderna, no es *directamente* de importancia filosófica, excepto en sus comienzos. Después de los comienzos, pertenece más a las matemáticas que a la filosofía. Hablaré brevemente de sus comienzos, la única parte de ella que puede ser llamada con propiedad lógica *filosófica*. Pero aun los adelantos subsecuentes, aunque no directamente filosóficos, serán de gran utilidad indirecta para filosofar. Nos ponen en condiciones de tratar fácilmente con concepciones más abstractas de lo que meramente puede enumerar un razonamiento verbal; sugieren hipótesis fructíferas que de otra manera difícilmente podrían pensarse; y nos ponen en condiciones de ver rápidamente cuál es el más pequeño acopio de materiales con el que se puede construir un edificio lógico o científico dado. No sólo la teoría del número de Frege, que trataremos en la séptima conferencia, sino la totalidad de la teoría de conceptos físicos, que será reseñada en nuestras dos próximas conferencias, está inspirada por la lógica matemática, y nunca podría haber sido imaginada sin ella.

En ambos casos, y en muchos otros, recurriremos a cierto principio llamado "el principio de abstracción". Este principio, que podría llamarse igualmente bien "el principio que

hace caso omiso de la abstracción", y que quita de en medio increíbles acumulaciones de trastos metafísicos, fue directamente sugerido por la lógica matemática, y difícilmente podría haber sido comprobado o empleado prácticamente sin su ayuda. El principio será explicado en nuestra cuarta conferencia, pero su utilidad podría ser indicada brevemente de antemano. Cuando un grupo de objetos tiene aquella suerte de semejanza que nos inclina a atribuirla a la posesión de una cualidad común, el principio en cuestión muestra que la calidad de miembros del grupo bastará para todos los fines de la supuesta cualidad común, y que, por lo tanto, a menos que alguna cualidad común sea realmente conocida, el grupo o clase de objetos similares puede ser usado para reemplazar la cualidad común, la que no necesita ser supuesta para existir. En esta y otras formas, los usos indirectos hasta de las últimas partes de la lógica matemática son muy grandes; pero ahora es tiempo de dirigir nuestra atención a sus fundamentos filosóficos.

En toda proposición y en toda inferencia hay, además de la materia particular que le incumbe, una cierta *forma*, un modo en el que se colocan juntos a los componentes de la proposición o de la inferencia. Si digo "Sócrates es mortal", "Jones es bravo", "El sol es caliente", hay algo en común en estos tres casos, algo indicado por la palabra "es". Lo que les es común es la *forma* de las proposiciones, no un componente real. Si digo un número de cosas acerca de Sócrates —que era ateniense, que estaba casado con Jantipa, que bebió la cicuta— hay un componente común, a saber, Sócrates, en todas las proposiciones que enuncio, pero tienen diferentes formas. Si, por otro lado, tomo cualquiera de estas proposiciones y reemplazo sus componentes, uno por vez, por otros elementos, la forma permanece constante, pero no los componentes. Tome (diga) la serie de proposiciones, "Sócrates bebió la cicuta", "Coleridge bebió la cicuta", "Coleridge bebió opio", "Coleridge comió opio". La forma permanece sin cambio a través de esta serie, pero todos los componentes están alterados. De este modo, no es otro componente, sino la manera por la que los componentes son puestos juntos. En este sentido, las formas son el objeto específico de la lógica filosófica.

Es obvio que el conocimiento de las formas lógicas es algo completamente diferente del conocimiento de las cosas existentes. La forma de "Sócrates bebió la cicuta" no es

una cosa existente como Sócrates o la cicuta, ni aun tiene esa íntima relación con las cosas existentes que tiene la acción de beber. Es algo enteramente más abstracto y ajeno. Podríamos comprender todas las palabras separadas de una oración sin entender la oración: si una oración es larga y complicada, es fácil que esto ocurra. En tal caso tenemos conocimiento de los componentes, pero no de la forma. Podemos también tener conocimiento de la forma sin tener conocimiento de los elementos. Si digo: "Rorarius bebió la cicuta", aquellos de ustedes que nunca hayan oído hablar de Rorarius (suponiendo que haya alguien), entenderán la forma, sin tener conocimiento de todos los elementos. Para comprender una oración, es necesario tener conocimiento de ambas cosas de los componentes y del caso particular de la forma. De este modo una oración comunica información, puesto que nos dice que ciertos objetos conocidos están relacionados de acuerdo con cierta forma conocida. Así, algún conocimiento de las formas lógicas, aunque en la mayoría de las personas no es explícito, está implicado en toda comprensión del discurso. La materia de la lógica filosófica es extraer este conocimiento de sus envolturas concretas, y hacerlo explícito y simple.

En toda inferencia, sólo la forma es esencial: el asunto particular no viene al caso, excepto para garantizar la verdad de las premisas. Esta es una razón de la gran importancia de la forma lógica. Cuando digo "Sócrates era un hombre, todos los hombres son mortales, por lo tanto Sócrates era mortal", la conexión de premisas y conclusión no depende de ningún modo de ser Sócrates, hombre y mortalidad lo que yo estoy mencionando. La forma general de la inferencia puede ser expresada en palabras tales como: "Si una cosa tiene cierta propiedad, y cualquier cosa que tiene esta propiedad tiene otra cierta propiedad, entonces la cosa en cuestión también tiene aquella otra propiedad." Aquí no se menciona ninguna cosa o propiedad particulares: la proposición es absolutamente general. Todas las inferencias, cuando están completamente enunciadas, son casos de proposiciones que tienen esta clase de generalidad. Si las inferencias parecen depender del asunto más bien que de la verdad de las premisas, es porque las premisas no han sido todas explícitamente enunciadas. En lógica, es una pérdida de tiempo tratar de inferencias que conciernen a casos particulares: tratamos del principio al fin con deducciones puramente for-

males y completamente generales y dejamos a las otras ciencias descubrir cuándo las hipótesis son justificadas y cuándo no lo son.

Pero las formas de las proposiciones que dan origen a las inducciones no son las formas más simples; son siempre hipotéticas, planteando que si una proposición es verdadera, entonces también lo es la otra. Antes de considerar la inferencia, por lo tanto, la lógica debe considerar aquellas formas más simples que la inferencia presupone. Aquí la lógica tradicional fracasó por completo: creyó que había sólo una forma de proposición simple (es decir, de proposición que no formula una relación entre dos o más proposiciones), a saber, la forma que adjudica un predicado a un sujeto. Esta es la forma apropiada para señalar las cualidades de una cosa dada: podemos decir "esta cosa es redonda, y roja y así sucesivamente". La gramática prefiere esta forma, pero filosóficamente está tan lejos de lo universal que ni siquiera es muy común. Si decimos "esta cosa es más grande que aquélla", no estamos señalando una mera cualidad de "esto", sino una relación de "esto" y "aquello". Podríamos expresar el mismo hecho diciendo "aquella cosa es más pequeña que ésta", donde gramaticalmente el sujeto está cambiado. De este modo, las proposiciones que plantean que dos cosas tienen cierta relación, tienen diferente forma de las proposiciones de sujeto-predicado, y el descuido en percibir esta diferencia o en tenerla en cuenta ha sido la fuente de muchos errores en la metafísica tradicional.

La creencia o la convicción inconsciente de que todas las proposiciones son de la forma sujeto-predicado, en otras palabras, que todo hecho consiste en algo que tiene alguna cualidad, ha incapacitado a la mayoría de los filósofos para dar alguna explicación del mundo de la ciencia y de la vida diaria. Si ellos hubieran tenido francamente ansias de dar tal explicación, probablemente hubieran descubierto su error muy pronto; pero la mayoría de ellos tenían menos deseos de comprender el mundo de la ciencia y de la vida diaria, que de condenarlo por irreal en aras de los intereses de un mundo "real" supersensible. La creencia en la irrealidad del mundo de los sentidos se origina con irresistible fuerza en ciertas disposiciones del ánimo, disposiciones del ánimo que, creo, tienen alguna insignificante base fisiológica, pero que no son menos poderosamente persua-

sivas. La convicción nacida de estas disposiciones del ánimo es la fuente de casi todo misticismo y de casi toda metafísica. Cuando se calma la intensidad emocional de tal disposición de ánimo, un hombre que tiene el hábito de razonar buscará razones lógicas en favor de la creencia que encuentra en sí mismo. Pero puesto que la creencia ya existe, se hará eco a cualquier razón que se sugiera a sí misma. Las paradojas aparentemente comprobadas por su lógica son realmente paradojas del misticismo, y son la meta que este hombre siente que su lógica debe alcanzar si ha de estar en concordancia con el conocimiento. Este es el modo en que aquellos de los grandes filósofos que eran místicos, principalmente Platón, Spinoza y Hegel, han ejercitado la lógica. Pero puesto que ellos, por regla general, dieron por cierto el supuesto conocimiento de la emoción mística, sus doctrinas lógicas fueron presentadas con cierta aridez, y sus discípulos las creyeron completamente independientes de la súbita iluminación de la que surgieron. No obstante el origen se adhirió a ellos, y permanecieron — tomando prestada una útil palabra de Santayana — "maliciosos" con respecto al mundo de la ciencia y del sentido común. Solamente así podemos explicar la complacencia con que los filósofos han aceptado la *contradicción* de sus doctrinas con todos los hechos comunes y científicos que parecen mejor demostrados y más dignos de fe.

La lógica del misticismo muestra, como es natural, los defectos que son inherentes a todo malicioso. Mientras el estado de ánimo místico domina, no se siente la necesidad de la lógica; pero no bien este estado se debilita, el impulso hacia la lógica se reafirma, pero con un deseo de retener la idea que se desvanece, o por lo menos probar que *era* conocimiento, y que lo que parece contradecirlo es ilusión. La lógica que así se origina no es completamente desinteresada o cándida, y es inspirada por cierto odio al mundo cotidiano al que se la debe aplicar. Tal actitud, naturalmente, no tiende a los mejores resultados. Todos sabemos que leer un autor simplemente para refutarlo no es el modo de comprenderlo; y leer el libro de la naturaleza con la convicción de que todo es ilusorio, es igualmente inverosímil que conduzca a la comprensión. Si nuestra lógica ha de hallar inteligible el mundo corriente, no debe ser hostil, sino que debe estar inspirada por una genuina aceptación y no es habitual encontrarla entre los metafísicos.

La lógica tradicional, puesto que sostiene que todas las proposiciones tienen la forma sujeto-predicado, es incapaz de admitir la realidad de las relaciones: todas las relaciones, afirma, deben ser reducidas a propiedades de los términos aparentemente relacionados. Hay muchas maneras de refutar esta opinión; una de las más fáciles es derivada de la consideración de lo que se llama relaciones "asimétricas". Para explicar esto, explicaré primero dos maneras independientes de clasificar las relaciones.

Algunas relaciones, cuando se dan entre A y B, también se dan entre B y A. Tal, por ejemplo, es la relación "hermano o hermana". Si A es un hermano o una hermana de B entonces B es un hermano o una hermana de A. Tal es, asimismo, cualquier clase de semejanza, digamos similitud de color. Cualquier clase de diferencia es también de esta índole: si el color de A es distinto del color de B, entonces el color de B es distinto del color de A. Relaciones de esta clase son llamadas *simétricas*. De este modo, una relación es simétrica si, siempre que se da entre A y B, también se da entre B y A.

Todas las relaciones que no son simétricas son llamadas *no-simétricas*. Así "hermano" es no-simétrica, porque, si A es un hermano de B, puede ocurrir que B sea una *hermana* de A.

Una relación es llamada *asimétrica* cuando, si se da entre A y B, *nunca* se da entre B y A. Así, esposo, padre, abuelo, etc. son relaciones asimétricas. También lo son *antes, después, más grande, arriba, a la derecha de,* etc. Todas las relaciones que dan origen a series son de esta clase.

La clasificación en relaciones simétricas, asimétricas y meramente no-simétricas es la primera de las dos clasificaciones que teníamos que considerar. La segunda es en relaciones transitivas, intransitivas y meramente no-transitivas, que se definen como sigue.

Se dice que un relación es *transitiva*, si, siempre que se da entre A y B también entre B y C, se da entre A y C. Así *antes, después, más grande, arriba,* son transitivas. Todas las relaciones que dan origen a series son transitivas, pero también lo son muchas otras. Las relaciones transitivas son simétricas; por ejemplo, la igualdad en cualquier aspecto, identidad exacta de color, ser igualmente abundantes (cuando está aplicada a colecciones), y así sucesivamente.

Se dice que una relación es *no-transitiva* siempre que no

es transitiva. Así "hermano" es no-transitiva, porque un hermano del hermano de uno puede ser uno mismo. Todas las especies de desigualdad son no-transitivas.

Una relación se dice que es *intransitiva* cuando, si A tiene relación con B, y B con C, A nunca la tiene con C. Así "padre" es intransitiva. Del mismo modo es una relación tal como "una pulgada más alto" o "un año más tarde".

Volvamos ahora, a la luz de esta clasificación, a la cuestión de si todas las relaciones pueden ser reducidas a aserciones.

En el caso de relaciones simétricas, es decir, relaciones que, si se dan entre A y B, también se dan entre B y A, se le puede dar algún grado de plausibilidad a esta doctrina. Una relación simétrica que es transitiva, tal como una igualdad, se puede considerar que expresa la posesión de alguna propiedad común, mientras una que no es transitiva, tal como una desigualdad, puede considerarse como expresando la posesión de diferentes propiedades. Pero cuando llegamos a las relaciones asimétricas, tal como antes y después, más grande y más pequeño, etc., es obvio que la tentativa para reducirlas a propiedades se vuelve imposible. Cuando, por ejemplo, se sabe meramente que dos cosas son desiguales, sin saber nosotros cuál es más grande, podemos decir que la desigualdad resulta de tener diferentes magnitudes, porque la desigualdad es una relación simétrica; pero es formalmente incapaz de explicar los hechos decir que cuando una cosa es *más grande* que otra, y no meramente desigual a ella, significa que tienen diferentes magnitudes. Porque si la otra cosa hubiera sido más grande que la primera, las magnitudes hubieran sido también diferentes, aunque para explicar el hecho no hubiera sido lo mismo. Así la mera *diferencia* de magnitud no es *todo* lo que está incluido, desde que si así fuera no habría diferencia entre una cosa que es más grande que otra, y esta otra que es más grande que la primera. Tendremos que decir que la primera magnitud es *más grande* que la *otra,* y de este modo habremos fracasado en deshacernos de la relación "más grande". En resumen, la posesión de la misma propiedad y la posesión de diferentes propiedades son ambas relaciones *simétricas*, y por lo tanto no pueden explicar la existencia de relaciones *asimétricas.*

Las relaciones asimétricas están implicadas en toda serie: en espacio y tiempo, mayor y menor, todo y parte, y mu-

chas otras de las más importantes peculiaridades del mundo real. Por lo tanto, la lógica que reduce todo a sujetos y predicados se ve obligada a condenar todos estos aspectos como error y mera apariencia. Para aquellos cuya lógica no es maliciosa, tal condenación al por mayor parece imposible. Y en efecto, no hay razón sino prejuicio, hasta donde puedo descubrir, para negar la realidad de las relaciones. Inmediatamente que se admite su realidad, desaparecen todos los fundamentos *lógicos* para suponer que el mundo de los sentidos es ilusorio. Si se ha de suponer esto, debe serlo franca y simplemente en el campo del conocimiento místico, insostenible con argumentos. Es imposible argüir contra lo que pretende ser conocimiento, mientras no se discuta en su propio favor. Como lógicos, por lo tanto, podemos admitir la posibilidad del mundo místico. Si bien hasta ahora, en tanto no lo conozcamos, debemos continuar estudiando el mundo de todos los días con el que estamos familiarizados. Pero cuando pretende que nuestro mundo es imposible, entonces nuestra lógica está pronta a repeler su ataque. Y el primer paso para crear la lógica que va a cumplir este servicio es el reconocimiento de la realidad de las relaciones.

Las relaciones que tienen dos términos son sólo una clase de relaciones. Una relación puede tener tres términos, o cuatro, a cualquier número. Las relaciones de dos términos, por ser las más simples, han recibido más atención que las otras, y generalmente han sido ellas solas consideradas por los filósofos, tanto por los que aceptan como por los que niegan la realidad de las relaciones. Pero otras relaciones tienen su importancia, y son indispensables en la solución de ciertos problemas. Los celos, por ejemplo, son una relación entre tres personas. El profesor Royce menciona la relación "dar": cuando A da B a C, es una relación de tres términos [16]. Cuando un hombre dice a su esposa: "Mi querida, quisiera que indujeras a Angelina a aceptar a Edwin", su deseo constituye una relación entre cuatro personas: él, su mujer, Angelina y Edwin. De este modo, tales relaciones no son de ninguna manera recónditas ni raras. Pero, para explicar exactamente cómo difieren de las relaciones de dos términos, debemos embarcarnos en una clasificación de las formas lógicas de los hechos, que es el primer asunto de la lógica, y el asunto en el que la lógica tradicional ha sido más deficiente.

El mundo existente consiste en muchas cosas con muchas cualidades y relaciones. Una descripción completa del mundo existente requeriría no sólo un catálogo de las cosas, sino también una mención de todas sus cualidades y relaciones. Deberíamos conocer no sólo esto, aquello y lo otro, sino también qué es rojo, qué amarillo, qué es más temprano que qué, qué es qué entre otros dos, y así sucesivamente. Cuando hablo de un "hecho", no quiero decir una de las cosas simples en el mundo; quiero decir que cierta cosa tiene cierta cualidad, o que ciertas cosas tienen cierta relación. Así, por ejemplo, no llamaría a Napoleón un hecho, sino que llamaría un hecho el que fuese ambicioso, o el que se hubiese casado con Josefina. Ahora bien, un hecho, en este sentido, no es nunca simple, sino que siempre tiene dos o más elementos. Cuando simplemente atribuye una cualidad a una cosa, tiene sólo dos elementos, la cosa y la cualidad. Cuando se trata de una relación entre dos cosas, tiene tres elementos, las cosas y la relación. Cuando se trata de una relación entre tres cosas, tiene cuatro elementos, y así sucesivamente. Los elementos de los hechos, en el sentido en que estamos usando la palabra "hecho", no son otros hechos, sino que son cosas y cualidades o relaciones. Cuando decimos que hay relaciones de más de dos términos, queremos decir que hay hechos singulares que consisten en una relación singular y más de dos cosas. No quiero decir que una relación de dos términos puede darse entre A y B, y también entre A y C, como por ejemplo, un hombre es el hijo de su padre y también el hijo de su madre. Esto constituye dos hechos distintos: si queremos tratarlo como un solo hecho, es un hecho que tiene hechos por componentes. Pero los hechos de los que estoy hablando no tienen hechos entre sus elementos, sino solamente cosas y relaciones. Por ejemplo, cuando A está celoso de B a causa de C, hay únicamente un hecho que incluye tres personas; no hay dos casos de celos, sino sólo uno. Es en tales casos que hablo de una relación de tres términos, donde el hecho más simple posible en el que la relación aparece es uno que incluye tres cosas además de la relación. Y lo mismo se aplica a las relaciones de cuatro términos o cinco y de cualquier número. Tales relaciones deben ser todas admitidas en nuestro inventario de las formas lógicas de los hechos: dos hechos que incluyen el mismo número de cosas tienen la misma forma, y dos que com-

prenden diferente número de cosas tienen diferentes formas.

Dado cualquier hecho, hay una aseveración que expresa el hecho. El hecho en sí mismo es objetivo, e independiente de nuestro pensamiento o de nuestra opinión sobre él; pero la aserción es algo que incluye pensamiento, y puede ser verdadera o falsa. Una aserción puede ser positiva o negativa: podemos afirmar que Carlos I fue ejecutado, o que *no* murió en su cama. Una aserción negativa puede decirse que es una *negación*. Dada una fórmula de palabras que puede ser o verdadera o falsa, tal como "Carlos I murió en su cama", podemos o afirmar o negar esta fórmula de palabras: en un caso tendremos una aserción positiva, en otro una negativa. Llamaré *proposición* a una fórmula de palabras que debe ser o verdadera o falsa. De este modo, una proposición es lo mismo que lo que puede ser expresivamente afirmado o negado. Una proposición que expresa lo que hemos llamado un hecho, es decir lo que, cuando es afirmado, afirma que una cierta cosa tiene cierta cualidad, o que ciertas cosas tienen cierta relación, será llamada una proposición atómica, porque, como veremos inmediatamente, hay otras proposiciones en las que las proposiciones atómicas entran de un modo análogo al modo en que los átomos entran en las moléculas. Las proposiciones atómicas, si bien pueden tener cualquiera de un número infinito de formas, como los hechos, son sólo una clase de proposiciones. Todas las otras clases son más complicadas. Para preservar el paralelismo en el lenguaje con respecto a los hechos y las proposiciones, daremos el nombre de "hechos atómicos" a los hechos que hasta ahora estamos considerando. De este modo, los hechos atómicos son los que determinan si las proposiciones atómicas deben ser afirmadas o negadas.

Si una proposición atómica, tal como "esto es rojo" o "esto está antes que aquello", ha de ser afirmada o negada sólo puede saberse empíricamente. Quizás un hecho atómico puede, algunas veces, ser capaz de ser inferido de otro, aunque esto parece muy dudoso; pero, en cualquier caso, no puede ser inferido de premisas en que ninguna sea un hecho atómico. Se sigue que, si los hechos atómicos deben ser completamente conocidos, algunos, por lo menos, deben ser conocidos sin inferencia. Los hechos atómicos que llegamos a conocer por este camino son los hechos de la sensopercepción: de todos modos, los hechos de la sensopercep-

ción son los que más obvia y ciertamente llegan a conocerse en esta forma. Si conociéramos todos los hechos atómicos, y también supiéramos que no hay ningún otro excepto aquellos que conocemos, seríamos capaces, teóricamente, de inferir todas las verdades de la fórmula que sea [17]. De este modo, la lógica nos proveería entonces de la totalidad del aparato requerido. Pero, en la primera adquisición del conocimiento que concierne a los hechos atómicos, la lógica es inútil. En lógica pura, el hecho atómico no es mencionado nunca: nos limitamos enteramente a las formas, sin preguntarnos qué objetos pueden llenar las formas. Así la lógica pura es independiente de los hechos atómicos; pero, a la inversa, éstos son, en un sentido, independientes de la lógica. La lógica pura y los hechos atómicos son los dos polos, la totalidad *a priori* y la totalidad empírica. Pero, entre ambos se ubica una vasta región intermedia, que ahora debemos explorar brevemente.

Las proposiciones "moleculares" son las que contienen conjunciones — *si, o, y, a menos que,* etc. —, y tales palabras son las marcas de una proposición molecular. Consideremos una aserción tal como: "Si llueve, traeré mi paraguas." Esta aserción es exactamente tan capaz de verdad o falsedad como la afirmación de una proposición atómica, pero es obvio que ni el hecho correspondiente ni la naturaleza de la correspondencia con el hecho deben ser completamente diferentes de lo que son en el caso de una proposición atómica. Si llueve, y si traigo mi paraguas, son, cada una aisladamente, materias del hecho atómico, determinables por la observación. Pero la conexión de los dos, incluida al decir que *si* el uno ocurre *entonces* el otro ocurrirá, es algo radicalmente diferente de cualquiera de los dos por separado. No requiere, para su exactitud, que llueva realmente, o que realmente traiga mi paraguas; aun si el tiempo está despejado, todavía puede ser verdad que yo hubiera traído mi paraguas si el tiempo hubiera estado diferente. De este modo tenemos aquí una conexión de dos proposiciones, que no depende de que sean afirmadas o negadas, sino solamente de que la segunda se deduce de la primera. Tales proposiciones, por lo tanto, tienen una forma diferente a la de cualquier proposición atómica.

Dichas proposiciones son importantes para la lógica, porque toda inferencia depende de ellas. Si yo les he dicho que si llueve traeré mi paraguas, y si ustedes ven que hay

un aguacero sostenido, pueden inferir que traeré mi paraguas. Puede no haber inferencia excepto donde las proposiciones están conectadas de tal modo que de la verdad o la falsedad de una se desprenda algo tocante a la verdad o la falsedad de la otra. Parece ser el caso de que, a veces, podemos conocer proposiciones moleculares, como en el ejemplo arriba citado del paraguas, cuando no sabemos si las proposiciones atómicas componentes son verdaderas o falsas. La utilidad *práctica* de la inferencia descansa en este hecho.

La próxima especie de proposiciones que tenemos que considerar son proposiciones *generales*, tales como "todos los hombres son mortales", "todos los triángulos equiláteros son equiangulares". Y a éstas pertenecen proposiciones en las que aparece la palabra "algún", tales como "algunos hombres son filósofos" o "algunos filósofos no son sabios". Estas son las negaciones de las proposiciones generales, es decir (en los ejemplos anteriores), de "todos los hombres son no-filósofos" y "todos los filósofos son sabios". Llamaremos a las proposiciones que contienen la palabra "algún", proposiciones generales *negativas*, y a las que contienen la palabra "todos", proposiciones generales *positivas*. Se verá que estas proposiciones empiezan a tener la apariencia de las proposiciones en los libros de texto de lógica. Pero los libros de texto no conocen su peculiaridad y complejidad, y los problemas que ellas originan sólo son tratados de la manera más superficial.

Cuando estábamos tratando los hechos atómicos, vimos que seríamos capaces, teóricamente, de inducir todas las otras verdades por la lógica si conociéramos todos los hechos atómicos y supiéramos también que no hay otros hechos atómicos además de aquellos que conocemos. El conocimiento de que no hay otros hechos atómicos es un conocimiento general positivo; es el conocimiento de que "todos los hechos atómicos son conocidos por mí", o, por lo menos, "todos los hechos atómicos están en este conjunto", como quiera que el conjunto pueda ser dado. Es fácil ver que las proposiciones generales, tales como "todos los hombres son mortales", no pueden ser conocidas por inferencia de los hechos atómicos solos. Si pudiéramos conocer cada hombre individual, y saber que es mortal, esto no nos capacitaría para saber que todos los hombres son mortales, a menos que *supiéramos* que aquéllos son todos los hombres que hay, lo que constituye una proposición general. Si nosotros co-

nocemos cada cosa que existe en todas partes del universo, y sabemos que cada cosa separada no es un hombre inmortal, eso no nos daría nuestra conclusión a menos que *supiéramos* que habíamos explorado el universo entero, es decir, a menos que conociéramos que "todas las cosas pertenecen a este conjunto de cosas que he examinado". De este modo, no se pueden inducir las verdades generales de las verdades particulares únicamente, pero si han de ser conocidas, deben ser o bien evidentes por sí mismas o inferidas de premisas de las que por lo menos una es una verdad general. Pero toda evidencia *empírica* lo es de verdades *particulares*. En consecuencia, si hay algún conocimiento de las verdades generales en absoluto, debe haber *algún* conocimiento de las verdades generales independiente de la evidencia empírica, es decir, que no depende de los datos de los sentidos.

La conclusión anterior, de la que tuvimos un ejemplo en el caso del principio inductivo, es importante, puesto que proporciona una refutación a los más antiguos empiristas. Ellos creían que todo nuestro conocimiento se deriva de los sentidos y depende de ellos. Nosotros vemos que, si se debe mantener este punto de vista, debemos negarnos a admitir que conocemos cualquier proposición general. Es perfectamente posible en forma lógica que éste sea el caso, pero en realidad no parece ser así, y sin duda nadie soñaría con mantener tal punto de vista, excepto un teórico en último extremo. Por lo tanto, debemos admitir que hay un conocimiento general no derivado de los sentidos, y que algo de este conocimiento no es obtenido por inferencia sino que es primitivo.

Tal conocimiento general ha de hallarse en la lógica. Si hay algo que sea conocimiento no derivado de la lógica, no lo sé: pero en lógica, sea como fuere, tenemos dicho conocimiento. Ha de recordarse que excluimos de la lógica pura tales proposiciones como "Sócrates es un hombre, todos los hombres son mortales, por lo tanto Sócrates es mortal" porque Sócrates, *hombre* y *mortal* son términos empíricos, solamente para ser comprendidos a través de la experiencia particular. La correspondiente proposición en lógica pura es: "Si algo tiene cierta propiedad, y todo lo que tiene esta propiedad tiene cierta otra propiedad, entonces la cosa en cuestión tiene la otra propiedad." Esta proposición es absolutamente general: se aplica a todas las cosas y a todas las pro-

piedades. Y es completamente evidente por sí misma. De este modo, en dichas proposiciones de lógica pura tenemos las proposiciones generales evidentes por sí mismas que buscábamos.

Una proposición tal como "Si Sócrates es un hombre, y todos los hombres son mortales, entonces Sócrates es mortal" es verdad en virtud de su *forma* únicamente. Su verdad, en esta forma hipotética, no depende de si Sócrates realmente es un hombre, ni de si en efecto todos los hombres son mortales; de este modo es igualmente verdad cuando sustituimos otros términos por Sócrates, *hombres* y *mortales*. La verdad general, de la que es un ejemplo, es puramente formal y pertenece a la lógica. Puesto que esta verdad general no menciona ninguna cosa particular o aun ninguna cualidad o relación particular, es enteramente independiente de los hechos accidentales del mundo existente, y puede ser conocida, teóricamente, sin ninguna experiencia de las cosas particulares o de sus cualidades y relaciones.

Podemos decir que la lógica se compone de dos partes. La primera parte investiga qué proposiciones son y qué formas pueden tener; esta parte enumera las diferentes clases de proposiciones atómicas, de proposiciones moleculares, de proposiciones generales, y así sucesivamente. La segunda parte consiste en ciertas proposiciones sumamente generales, que afirman la verdad de todas las proposiciones de ciertas formas. Esta segunda parte se mezcla con la matemática pura, cuyas proposiciones, al ser analizadas, resultan todas ser tales verdades formales generales. La primera parte, que enumera meramente las formas, es la más difícil, y filosóficamente la más importante; y el reciente progreso de esta primera parte, más que nada, es lo que ha convertido en una exposición verdaderamente científica a muchos problemas filosóficos posibles.

Se puede tomar el problema de la naturaleza del juicio o la creencia como un ejemplo de un problema cuya solución depende de un adecuado recuento de las formas lógicas. Ya hemos visto cómo la supuesta universalidad de la forma sujeto-predicado la imposibilita de dar un análisis correcto del orden serial, y, por lo tanto, hace ininteligibles el espacio y el tiempo. Pero en este caso sólo era necesario admitir las relaciones de dos términos. El caso del juicio exige la admisión de formas más complicadas. Si todos los juicios fueran verdaderos, podríamos suponer que un jui-

cio consiste en la aprehensión de un *hecho*, y que la aprehensión es una relación de una mente con el hecho. Esta opinión ha sido a menudo sostenida a partir de la pobreza en el recuento de la lógica. Pero conduce a dificultades absolutamente insolubles en caso de error. Supongan que creo que Carlos I murió en su cama. No hay un hecho objetivo "la muerte de Carlos I en su cama" para el que pueda tener una relación de aprehensión. Carlos I, muerte y su cama son objetivos, pero, excepto en mi pensamiento, no están puestos juntos como mi falsa creencia supone. Por lo tanto, es necesario, al analizar una creencia, buscar alguna otra forma lógica en vez de una relación de dos términos. El fracaso para darse cuenta de esta necesidad ha viciado, en mi opinión, casi todo lo que se ha escrito hasta ahora sobre la teoría del conocimiento, haciendo el problema del error insoluble e inexplicable la diferencia entre creencia y percepción.

La lógica moderna, como espero que ahora sea evidente, tiene el efecto de ampliar nuestra imaginación abstracta y proveer un número infinito de hipótesis posibles para aplicarlas en el análisis de cualquier hecho complejo. A este respecto, es lo opuesto exacto de la lógica practicada por la tradición clásica. En aquella lógica, las hipótesis que *prima facie* parecen posibles, se comprueba pretendidamente que son imposibles, y se determina de antemano que la realidad debe tener cierto carácter especial. En la lógica moderna, por el contrario, mientras las hipótesis *prima facie*, por lo general, parecen admisibles, otras, que sólo la lógica hubiera sugerido, se añaden a nuestro fondo, y a menudo se comprueba que son indispensables si ha de obtenerse un análisis correcto de los hechos. La antigua lógica encadenó el pensamiento, mientras la nueva lógica le da alas. En mi opinión, introdujo en la filosofía la misma clase de progreso que Galileo introdujo en la física, haciendo posible, por fin, ver qué problemas podían tener solución, y cuáles debían ser abandonados por estar fuera del alcance de los poderes humanos. Y, donde parece posible una solución, la nueva lógica proporciona un método que nos permite obtener resultados que no sintetizan meramente idiosincrasias personales, sino que deben concitar la aprobación de todos los que son capaces de formarse una opinión.

# TERCERA CONFERENCIA

## SOBRE NUESTRO CONOCIMIENTO DEL MUNDO EXTERIOR

Se puede tener acceso a la filosofía por muchos caminos, pero uno de los más antiguos y más transitados es el camino que conduce, a través de la duda, a lo que atañe a la realidad del mundo de los sentidos. En el misticismo hindú, en la filosofía monista griega y moderna desde Parménides en adelante, en Berkeley, en la física moderna, encontramos la apariencia sensible criticada y condenada por una asombrosa variedad de motivos. El místico la condena sobre la base del conocimiento inmediato de un mundo más real y significativo detrás del velo, Parménides y Platón la condenan porque su flujo continuo se considera incompatible con la naturaleza inmutable de las entidades abstractas reveladas por un análisis lógico; Berkeley aporta varias armas, pero la principal es la subjetividad de los datos sensoriales, la dependencia de estos datos de la organización y punto de vista del espectador; mientras la física moderna, sobre la base de la evidencia sensible por sí misma, mantiene una loca danza de electrones que tienen muy poca semejanza, superficialmente por lo menos, con los objetos inmediatos de la vista y el tacto.

Cada una de estas líneas de ataque promueve vitales e interesantes problemas.

El místico, en tanto que da cuenta meramente de un positivo conocimiento inmediato de lo verdadero, no puede ser refutado; pero cuando *niega* la realidad de los objetos sensibles, puede interrogársele con respecto a qué entiende por "realidad" y aun preguntársele cómo su irrealidad se desprende de la supuesta realidad de su mundo suprasensible. Al contestar estas preguntas, llega a una lógica que se mezcla con las de Parménides y Platón y la tradición idealista.

La lógica de la tradición idealista se ha puesto gradualmente muy compleja y muy abstrusa, como puede verse en la muestra de Bradley, considerada en nuestra primera conferencia. Si intentáramos ocuparnos totalmente de esta lógica, no tendríamos tiempo de penetrar en ningún otro aspecto de nuestro tema, por lo tanto, si bien sabiendo que merece una larga exposición, omitiremos sus teorías centrales, haciendo sólo una crítica ocasional que pueda servir para ejemplificar otros temas, y concentraremos nuestra atención en materias tales como sus objeciones a la continuidad del movimiento y al infinito del espacio y el tiempo, objeciones que han sido ampliamente contestadas por los matemáticos modernos de una manera que constituye un perdurable triunfo para el método de análisis lógico en filosofía. Estas objeciones y las respuestas modernas a ellas ocuparán nuestras conferencias quinta, sexta y séptima.

El ataque de Berkeley, cuando es reforzado por la fisiología de los órganos sensoriales, los nervios y el cerebro, es muy poderoso. Creo que se debe admitir como probable que los objetos inmediatos de los sentidos dependen para su existencia de nuestras propias condiciones fisiológicas, y que, por ejemplo, las superficies de color que vemos cesan de existir cuando cerramos los ojos. Pero sería un error inferir que son dependientes de la mente, que no son reales mientras las vemos, o que no son la base exclusiva de nuestro conocimiento del mundo exterior. Esta línea del argumento será desarrollada en la presente conferencia.

Se comprobará que la discrepancia entre el mundo de la física y el mundo de los sentidos, que consideraremos en la cuarta conferencia, es más aparente que real, y se demostrará que todo lo que hay de razón para creer en la física es probable que pueda ser interpretado consecuentemente con la realidad de los datos sensoriales.

El instrumento de descubrimiento, en todo, es la lógica moderna, una ciencia muy diferente de la lógica de los libros de texto y también de la lógica del idealismo. Nuestra segunda conferencia ha dado una corta explicación de la lógica moderna y sus puntos de divergencia con las diversas clases tradicionales de lógica.

En nuestra última conferencia, después de una exposición de la causalidad y el libre albedrío, trataremos de llegar a una relación general del método lógico analítico de

la filosofía científica, y una opinión tentativa de las esperanzas de progreso filosófico que nos permite abrigar.

En esta conferencia deseo aplicar el método lógico analítico a uno de los más antiguos problemas de la filosofía, a saber, el problema de nuestro conocimiento del mundo exterior. Lo que tengo que decir sobre este problema no toma las proporciones de una respuesta definitiva y dogmática; vale sólo como un análisis y un enunciado de las cuestiones implicadas, con una indicación de las direcciones en las que la evidencia se puede buscar. Pero, aunque todavía no sea una solución definitiva, lo que se puede decir en la actualidad me parece que arroja una luz completamente nueva sobre el problema, y que es indispensable, no sólo en la búsqueda de la respuesta, sino también en la cuestión preliminar relativa a qué partes de nuestro problema pueden tener la posibilidad de una respuesta que se pueda asegurar.

En todo problema filosófico, nuestra investigación comienza desde lo que podemos llamar "datos", con lo que quiero decir materias del conocimiento general; vago, complejo, inexacto, como siempre es el conocimiento general, pero que en cierta forma obliga a nuestro asentimiento, tanto en su aspecto general como en alguna interpretación que sea verdadera. En el caso de nuestro problema actual, el conocimiento general implicado es de varias clases. Tenemos, primero, nuestro conocimiento directo de los objetos particulares de la vida cotidiana: moblaje, casas, ciudades, otras personas, etc. Luego está la extensión de tal conocimiento particular a las cosas particulares fuera de nuestra experiencia personal, a través de la historia y la geografía, pero que en cierta forma obliga a nuestro asentimiento, de todo este conocimiento de los casos individuales por medio de la ciencia física, que obtiene una inmensa fuerza persuasiva de su asombroso poder de predecir el futuro. Estamos completamente dispuestos a admitir que puede haber errores de detalle en este conocimiento, pero creemos que se pueden descubrir y corregir por los métodos que han dado origen a nuestras creencias, y, como hombres prácticos, no mantenemos ni por un momento la hipótesis de que la totalidad del edificio puede ser construida sobre cimientos inseguros. En lo principal, por lo tanto, y sin dogmatismo absoluto en cuanto a esta o aquella parte especial, podemos aceptar este cúmulo de conocimientos gene-

rales como datos proporcionados para nuestro análisis filosófico.

Puede decirse, y ésta es una objeción que debe ser combatida desde el principio, que es deber del filósofo poner en duda las creencias admitidamente engañosas de la vida cotidiana, y reemplazarlas por algo más sólido e irrefragable. En un sentido, esto es verdadero, y es efectuado en el curso del análisis. Pero en otro sentido, muy importante, es completamente imposible. Mientras se admite que la duda es posible con respecto a todo nuestro conocimiento general, debemos no obstante aceptar ese conocimiento en lo principal si la filosofía ha de ser posible de alguna manera. No hay ninguna calidad superfina del conocimiento, asequible al filósofo, que pueda darnos un punto de vista desde el cual sea posible criticar la totalidad del conocimiento de la vida diaria. Lo máximo que se puede hacer es examinar y clarificar nuestro conocimiento general mediante una investigación interna, dando por sentados los cánones por los que ha sido obtenido, y aplicándolos con más cuidado y más precisión. La filosofía no puede jactarse de haber alcanzado tal grado de certeza como para tener autoridad para condenar los hechos de la experiencia y las leyes de la ciencia. La investigación filosófica, por lo tanto, aunque escéptica con respecto a cada detalle, no lo es con respecto al todo. Es decir, su crítica de los detalles sólo se basará en la relación de los detalles con otros detalles, no en algún criterio externo que pueda ser aplicado igualmente a todos los detalles. La razón para esta abstención de una crítica universal no es ninguna presunción dogmática, sino exactamente lo opuesto; no es que el conocimiento general *deba* ser verdadero, sino que no poseemos ninguna clase de conocimiento radicalmente diferente derivado de alguna otra fuente. El escepticismo universal, aunque lógicamente irrefutable, es prácticamente estéril; por lo tanto, sólo puede dar un cierto dejo de vacilación a nuestras opiniones y no se lo puede emplear para sustituir otras creencias por ellas.

Aunque los datos solamente pueden ser criticados por otros datos, no por una norma exterior, con todo podemos distinguir diferentes grados de certeza en las diferentes clases de conocimiento general que enumeramos hasta ahora. Lo que no va más allá de nuestro personal conocimiento sensible debe ser para nosotros lo más cierto: la "evidencia

de los sentidos" es, proverbialmente, lo menos expuesto a debate. Lo que depende de testimonio, como los hechos de la historia y la geografía que son aprendidos en los libros, tiene varios grados de certeza de acuerdo con la naturaleza y el alcance del testimonio. Las dudas en cuanto a la existencia de Napoleón pueden sólo ser mantenidas por chanza, mientras que la historicidad de Agamenón es un legítimo tema de debate. En ciencia, asimismo, encontramos todos los grados de certeza con excepción del más alto. La ley de gravitación, por lo menos como una verdad aproximada, ya ha adquirido la misma clase de certeza que la existencia de Napoleón, al paso que las últimas especulaciones que conciernen a la constitución de la materia habría que confesar universalmente que todavía tienen sólo una probabilidad más bien débil a su favor. Estos diversos grados de certeza que acompañan a diferentes datos pueden considerarse como formando parte ellos mismos de nuestros datos; junto con los otros datos, corresponden al cuerpo vago, complejo, inexacto, del conocimiento que es tarea del filósofo analizar.

Lo primero que aparece cuando empezamos a analizar nuestro conocimiento general es que algo de él es derivado, mientras que algo es primordial; es decir, que hay algo que sólo creemos a causa de algo más, de lo cual, en algún sentido, ha sido inferido, aunque no necesariamente en un estricto sentido lógico, mientras otras partes son creídas por sí mismas, sin la justificación de ninguna evidencia exterior. Es obvio que los sentidos proporcionan conocimientos de la última especie: los hechos inmediatos percibidos por la vista, el tacto o el oído no necesitan ser comprobados por argumentos, sino que son por sí mismos completamente evidentes. Los psicólogos, sin embargo, nos han enterado de que lo dado realmente por los sentidos es mucho menos de lo que la mayoría de la gente naturalmente podría suponer, y que mucho de lo que a primera vista parece dado es realmente inferido. Esto se aplica, en especial, con respecto a nuestras percepciones espaciales. Por ejemplo, en forma inconsciente inferimos el tamaño y la forma "reales" de un objeto visible de su tamaño y su forma aparentes, de acuerdo con su distancia y nuestro punto de vista. Cuando oímos hablar a una persona, nuestras sensaciones reales, por lo general, pasan por alto gran parte de lo que dice, y llenamos su lugar por inferencia inconsciente; en una lengua

extranjera, donde este proceso es más difícil, nos encontramos con que aparentemente nos hemos vuelto sordos, y por ejemplo, necesitamos estar mucho más cerca del escenario en un teatro de lo que sería necesario en nuestro propio país. De este modo, el primer paso en el análisis de los datos, a saber, el descubrimiento de lo que realmente es dado por los sentidos, está lleno de dificultades. Sin embargo, no nos detendremos en este punto; en tanto que su existencia es verificada, el resultado exacto no constituye una diferencia muy grande en nuestro problema principal.

El próximo paso en nuestro análisis debe ser la consideración de cómo se originan las partes derivativas de nuestro conocimiento general. Aquí nos encontramos envueltos en una complicación un tanto confusa de lógica y psicología. Psicológicamente, una creencia puede ser llamada derivativa siempre que sea causada por una o más creencias o por algún hecho sensorial que no es simplemente lo que asevera la creencia. Las creencias derivativas en este sentido se originan constantemente sin ningún proceso de inferencia lógica, por mera asociación de ideas o por algún proceso igualmente extralógico. De la expresión del rostro de un hombre juzgamos qué siente: decimos que *vemos* que está enojado, cuando en realidad sólo vemos un ceño. No juzgamos su estado de ánimo por ningún proceso lógico: el juicio se desarrolla a menudo sin que seamos capaces de decir qué señal física de emoción vimos realmente. En tal caso, el conocimiento es psicológicamente derivativo; pero lógicamente es, en un sentido, primitivo, puesto que no es el resultado de ninguna deducción lógica. Puede o no haber una posible deducción que conduzca al mismo resultado, pero si la hay o no, ciertamente no la empleamos. Si llamamos a una creencia "lógicamente primitiva" cuando realmente no ha llegado por una inferencia lógica, entonces innumerables creencias que son lógicamente primitivas son pisicológicamente derivativas. La separación de estas dos clases de primitivismo es de vital importancia para nuestra exposición presente.

Cuando reflexionamos sobre las creencias que son lógica pero no psicológicamente primitivas, encontramos que nuestra fe en su verdad tiende a disminuir cuanto más pensamos en ellas, a menos que puedan, por la reflexión, ser deducidas por un proceso lógico de las creencias que son también psicológicamente primitivas. Naturalmente cree-

mos, por ejemplo, que las mesas y las sillas, los árboles y las montañas están todavía allí cuando les volvemos la espalda. No quiero sostener ni por un momento que éste no sea ciertamente el caso, pero mantengo que el problema, si es así, no es para que se lo coloque de repente en ninguna supuesta base de evidencia. La creencia de que persisten es, en todos los hombres excepto en unos cuantos filósofos, lógicamente primitiva, pero no es psicológicamente primitiva; psicológicamente, proviene sólo de haber visto aquellas mesas y aquellas sillas, aquellos árboles y aquellas montañas. Tan pronto como es seriamente presentado el problema de si tenemos derecho a suponer, porque los hemos visto, que están allí todavía, sentimos que se debe presentar algún argumento y que si ninguno se adelanta, nuestra creencia puede no ser más que una piadosa opinión. No sentimos esto con respecto a los objetos inmediatos de los sentidos: allí están, y en cuanto a su existencia momentánea no se necesita ningún argumento adicional. Hay, por consiguiente, más necesidad de justificar nuestras creencias psicológicamente derivativas que de justificar las que son primitivas.

De este modo se nos conduce a una distinción un tanto vaga entre lo que llamamos datos "fuertes" y datos "débiles". Esta distinción es cuestión de grado, y no debe ser recalcada; pero, si no es tomada con demasiada seriedad, puede ayudar a aclarar la situación. Al decir datos "fuertes" me refiero a aquellos que resisten la disolvente influencia de la reflexión crítica, y al decir "débiles" a aquellos que, bajo el efecto de este proceso, se convierten para nuestras mentes en más o menos dudosos. Los datos fuertes de mayor fortaleza son de dos clases: los hechos particulares dados por los sentidos y las verdades generales de la lógica. Cuanto más reflexionamos sobre ellos, más nos damos exacta cuenta de lo que son, y con más exactitud lo que en realidad significa una duda respecto de ellos, que se tornan más luminosamente verdaderos. La duda *verbal* respecto también de ellos es posible, pero la duda verbal puede ocurrir cuando lo que está nominalmente en duda no está en verdad en nuestros pensamientos, y sólo las palabras están en realidad presentes en nuestras mentes. Una duda real, en estos dos casos, podría ser, creo, patológica. De todos modos, me parecen completamente ciertos, y supongo que ustedes estarán de acuerdo conmigo en esto. Sin esta suposición, estamos en peligro de caer en aquel escepticismo universal

que, como vimos, es tan estéril como irrefutable. Si hemos de seguir filosofando, debemos hacerle una venia a la hipótesis escéptica y, mientras se admite la elegante concisión de su filosofía, proceder a la consideración de otras hipótesis que, aunque tal vez no sean ciertas, tienen por lo menos tanto derecho a nuestro respeto como las hipótesis de los escépticos

Aplicando nuestra distinción de datos "fuertes" y "débiles" a las creencias derivativas psicológicas pero primitivas lógicamente, encontramos que la mayoría, si no todas, han de clasificarse como datos débiles. Con la reflexión se las puede encontrar capaces de una prueba lógica, y entonces nuevamente se cree en ellas, pero ya no como datos. Como datos, aunque tengan derecho a un cierto respeto limitado, no se las puede situar en un mismo nivel con los hechos sensoriales o las leyes de la lógica. El respeto que merecen, me parece ser el que nos justifique en la esperanza, aunque no demasiado confiadamente, de que los datos fuertes pueden demostrar que son por lo menos probables. Además, si encontramos que los datos fuertes no arrojan luz sobre su verdad o falsedad, se justifica, creo, que demos con preferencia mayor peso a la hipótesis de su verdad que a la de su falsedad. Por el momento, sin embargo, limitémonos a los datos fuertes, con miras a descubrir qué clase de mundo puede ser construido tan sólo por sus medios.

Nuestros datos son por ahora, en primer lugar, los hechos de los sentidos (es decir, de *nuestros propios* datos sensoriales) y las leyes de la lógica. Pero aun la más severa investigación permitirá algunas adiciones a este débil bagaje. Algunos hechos de la memoria — especialmente de la memoria reciente — parecen tener el mayor grado de certeza. Algunos hechos introspectivos son tan ciertos como cualquier hecho sensorial. Y los hechos sensoriales mismos deben ser interpretados para nuestros actuales propósitos, con una cierta amplitud. La relaciones espaciales y temporales deben incluirse a veces, por ejemplo, en el caso de un movimiento rápido que cae en forma total dentro del aparentemente plausible presente. Y algunos hechos de comparación, tales como la igualdad o la desigualdad de dos matices de color, deben ciertamente ser incluidos entre los datos fuertes. También debemos recordar que la distinción entre datos fuertes y débiles es psicológica y subjetiva, de suerte que, si hay otras mentes además de la nuestra propia —lo que en nues-

tra actual etapa debe mantenerse en la duda — la nómina de los hechos fuertes podría ser diferente para ellas de lo que es para nosotros.

Ciertas creencias generales indudablemente son excluidas de los hechos fuertes. Tal es la creencia que nos lleva a introducir la distinción, a saber, de que los objetos sensibles, en general, persisten cuando no los estamos percibiendo. Tal es también la creencia en las mentes de las otras personas: esta creencia es psicológicamente derivada de nuestra percepción de sus cuerpos, y exige justificación lógica tan pronto como nos damos cuenta de su condición de derivada. La creencia en lo que nos transmite el testimonio de los demás, incluyendo todo lo que aprendemos en los libros, por supuesto está envuelto en la duda en cuanto a si otras personas tienen por cierto mentes. De este modo, el mundo a partir del que debemos comenzar nuestra reconstrucción, es muy fragmentario. Lo mejor que podemos decir de él es que es ligeramente más extenso que el mundo al que llegó Descartes por un proceso similar, puesto que ese mundo no contenía nada excepto a él mismo y sus pensamientos.

Estamos ahora en condiciones para comprender y enunciar el problema de nuestro conocimiento del mundo exterior, y poner fin a varios conceptos falsos que han obscurecido el significado del problema. En realidad, el problema es éste: La existencia de algo distinto de nuestros propios datos fuertes ¿puede ser inferida de la existencia de esos datos? Pero antes de considerar este problema, consideremos brevemente en qué *no* consiste el problema.

Cuando en esta exposición hablamos del mundo "exterior", no queremos decir "exterior espacialmente", a menos que "espacio" sea interpretado de una manera peculiar y recóndita. Los objetos inmediatos de la vista, las superficies de colores que configuran el mundo visible, son exteriores espacialmente en el significado natural de esta frase. Sentimos que están "allí" como opuestos a "aquí"; sin dar por sentado otra existencia que no sea la de los datos fuertes podemos más o menos estimar la distancia de una superficie de color. Parece probable que las distancias, a condición de que no sean demasiado grandes, son realmente dadas más o menos en forma general por la vista; pero si esto es así o no, las distancias corrientes pueden, por cierto, ser estimadas aproximadamente sólo por medio de los datos sensoriales. El mundo inmediatamente dado es espacial, y ade-

más no está enteramente contenido en nuestros propios cuerpos, por lo menos en el sentido obvio. De este modo, nuestro conocimiento de lo que es externo en este sentido no es susceptible de duda.

Otra forma en la que el problema suele ser presentado es: "¿Podemos conocer la existencia de una realidad independiente de nuestro yo?" Esta forma de la cuestión sufre la ambigüedad de las dos palabras "independiente" y "yo". Tomemos el yo primero: la cuestión con respecto a qué se considera parte del yo y qué no, es muy difícil. Entre muchas otras cosas que podemos querer decir por el yo, dos pueden ser escogidas como especialmente importantes, a saber: 1) el simple sujeto que piensa y conoce objetos, 2) el conjunto total de las cosas que cesarían necesariamente de existir si nuestras vidas terminaran. El simple sujeto, si en alguna forma existe, es una inferencia, y no es parte de los datos; por lo tanto, este significado es difícil de precisar, puesto que escasamente conocemos qué cosas dependen de nuestras vidas para su existencia. Y en esta forma, la definición de yo introduce la palabra "depende", que suscita las mismas cuestiones a que da lugar la palabra "independiente". Consideremos ahora la palabra "independiente", y volvamos al yo más tarde.

Cuando decimos que una cosa es "independiente" de otra, podemos querer decir que es lógicamente posible para una existir sin la otra, o que no hay entre las dos relación causal tal que la una sólo sucede como el efecto de la otra. El único modo, que yo sepa, en que una cosa puede ser *lógicamente* dependiente de otra es cuando la una es *parte* de la otra. La existencia de un libro, por ejemplo, es lógicamente dependiente de la de sus páginas: sin las páginas no habría libro. Así, en este sentido, la cuestión: "¿Podemos conocer la existencia de alguna realidad que sea independiente de nuestro yo?" se reduce a la cuestión: "¿Podemos conocer la existencia de alguna realidad de la cual nuestro yo no sea parte?" En esta forma, la cuestión nos retrotrae al problema de la definición del yo; pero creo, por mucho que el yo pueda ser definido, aun cuando sea tomado como el simple sujeto, que no se puede suponer que sea parte del objeto inmediato de los sentidos; así, en este estado de la cuestión, debemos admitir que podemos conocer la existencia de realidades independientes de nosotros mismos.

La cuestión de la dependencia causal es mucho más di-

fícil. Para saber que una cosa es causalmente independiente de otra, debemos saber que ella realmente acontece sin la otra. Ahora bien, es cabalmente obvio que, cualquiera sea el significado legítimo que demos al yo, nuestros pensamientos y sentimientos son realmente dependientes de nosotros mismos, es decir, no ocurren cuando no hay yo al que pertenecer. Pero en el caso de los objetos de los sentidos esto no es obvio; verdaderamente, como vimos, la opinión del sentido común es que tales objetos persisten en ausencia de todo perceptor. Si es así, entonces son causalmente independientes de nosotros mismos; si no es así, no. En esta forma, la cuestión se reduce al problema de si podemos saber que los objetos de los sentidos, o cualesquiera otros objetos que no sean nuestros propios pensamientos y sentimientos, existen a veces cuando no estamos percibiéndolos. Esta forma, en la que el difícil vocablo "independiente" no se encuentra más, es la forma en que enunciamos el problema hace unos minutos.

Nuestro asunto, como ha sido expuesto más arriba, suscita dos problemas distintos, que es importante mantener separados. Primero, ¿podemos saber que los objetos de los sentidos u objetos muy semejantes, existen a veces cuando no los estamos percibiendo? Segundo, si esto no puede saberse, ¿podemos saber que otros objetos, inducibles de los objetos de los sentidos pero no necesariamente parecidos a ellos, existen ya sea cuando estamos percibiendo los objetos sensoriales o en cualquier otro momento? Este último problema se presenta en filosofía como el problema de la "cosa en sí", y en ciencia como el problema de la materia como se supone en física. Consideraremos este último problema en primer lugar.

De acuerdo con ciertos autores, entre los que yo estaba antes incluido, es necesario distinguir entre una sensación, que es un suceso mental, y su objeto, que puede ser un parche de colores o un ruido o cualquier cosa. Si se hace esta distinción, el objeto de la sensación es llamado un "dato sensorial" o un "objeto sensible". En los problemas que han de examinarse en este libro nada depende de la cuestión de si esta distinción es válida o no. Por las razones explicadas en *El Análisis del Espíritu* (v. g. p. 141 y siguientes) he llegado a considerar la distinción como no válida, y considerar el dato sensorial idéntico a la sensación. Mas no será necesario suponer la exactitud de este punto de vista en lo que sigue.

Cuando hablo de un "objeto sensible", se debe entender que no quiero decir que una cosa tal como una mesa, que es visible y tangible, puede ser vista por muchas personas al mismo tiempo, y es más o menos permanente. Lo que quiero decir exactamente es aquel parche de color que es visto momentáneamente cuando miramos a la mesa, o exactamente aquella dureza particular que sentimos cuando la apretamos, o ese sonido particular que se oye cuando la golpeamos. La cosa en sí de la filosofía y la materia de la física, ambas se presentan como causas del objeto sensible tanto como de la sensación (si éstos son diferentes). ¿Cuáles son los fundamentos generales de esta opinión?

En cada caso, creo, la opinión ha resultado de la combinación de la creencia de que *algo* que puede persistir independientemente de nuestra conciencia se hace conocer por la sensación, con el hecho de que nuestras sensaciones a menudo cambian de manera que parecen depender de nosotros *más bien que de algo que se supondría* que persiste independientemente de nosotros. Al principio, creemos irreflexivamente que todo es como parece ser, y que, si cerramos los ojos, los objetos que habían sido vistos permanecen como eran aunque no los veamos más. Pero hay argumentos en contra de este modo de ver que en general se ha creído que eran terminantes. Es extraordinariamente difícil ver con exactitud qué demuestran los argumentos; pero si hemos de hacer algún progreso en el problema del mundo exterior, debemos tratar de resolvernos con respecto a estos argumentos.

Una mesa contemplada desde un lugar presenta una apariencia diferente de la que presenta desde otro lugar. Este es el lenguaje del sentido común, pero este lenguaje ya da por sentado que hay una mesa real de la cual vemos las apariencias. Tratemos de enunciar qué se conoce en función de los objetos sensibles solos, sin ningún elemento de hipótesis. Encontramos que a medida que caminamos alrededor de la mesa, percibimos una serie de objetos visibles gradualmente cambiables. Pero hablando de "caminar alrededor de la mesa", hemos conservado todavía la hipótesis de que hay una mesa particular, relacionada con todas las apariencias. Lo que debemos decir es que, mientras tenemos aquellas sensaciones musculares y otras que nos hacen decir que estamos caminando, nuestras sensaciones visuales cambian de una manera continua, de modo que, por ejemplo, un lla-

mativo parche de color no es súbitamente reemplazado por algo enteramente diferente, sino que es reemplazado por una insensible graduación de colores ligeramente diferentes con formas también ligeramente diferentes. Esto es lo que realmente sabemos por la experiencia, cuando hemos librado nuestras mentes de la suposición de "cosas" permanentes con apariencias cambiantes. Lo que es conocido, en realidad, es una correlación de sensaciones musculares y otras sensaciones corporales con cambios en las sensaciones visuales.

Pero caminar alrededor de la mesa no es el único modo de alterar su apariencia. Podemos cerrar un ojo, o ponernos anteojos azules, o mirar a través de un microscopio. Todas estas operaciones, de varias maneras, alteran la apariencia visual que llamamos la apariencia de la mesa. Los objetos más distantes alterarán también su apariencia si (como dijimos) el estado de la atmósfera cambia: si hay niebla, o lluvia o sol. Los cambios fisiológicos también alteran las apariencias de las cosas. Si tomamos el mundo del sentido común, todos estos cambios, incluyendo aquellos atribuidos a las causas fisiológicas, son cambios en el medio interpuesto. No es tan enteramente fácil como en el caso anterior reducir este conjunto de hechos a una fórmula en la que nada sea supuesto fuera de los objetos sensibles. Nada interpuesto entre nosotros y lo que vemos debe ser invisible: nuestra visión en cada dirección está limitada por el objeto visible más cercano. Puede objetarse que un panel sucio de vidrio, por ejemplo, es visible, aunque podemos ver cosas a través de él. Pero en este caso realmente vemos una taracea: las manchas más sucias en el vidrio son visibles, mientras las partes más limpias son invisibles y nos permiten ver lo que está más allá. Así es que el descubrimiento de que el medio interpuesto afecta la apariencia de las cosas no puede ser hecho por medio del sentido de la vista únicamente.

Tomemos el caso de los anteojos azules, que es el más simple, pero puede servir como prototipo para los otros. El marco de los anteojos, por supuesto, es visible, pero el vidrio azul, si está limpio, no es visible. La calidad de azul, que decimos está en el vidrio, aparece como si estuviera en los objetos vistos a través del vidrio. El vidrio en sí mismo es conocido por medio del sentido del tacto. Para saber que está entre nosotros y los objetos vistos a través de él, debemos saber cómo relacionar el espacio del tacto con el cam-

po de la vista. Esta correlación en sí misma, cuando se plantea en términos de los datos sensoriales solos, no es de ninguna manera un tema simple. Pero no presenta dificultades de principio, y por lo tanto se la puede suponer efectuada. Cuando ha sido efectuada, ya es posible incorporar un significado al planteo de que el vidrio azul, que podemos tocar, está entre nosotros y los objetos vistos, como decimos, "a través" de él.

Pero todavía no hemos reducido nuestro planteo por completo a lo que realmente es dado por los sentidos. Hemos caído en la suposición de que el objeto del que somos conscientes cuando tocamos los anteojos azules todavía existe después que hemos cesado de tocarlos. Mientras los estamos tocando, nada, excepto nuestro dedo, puede ser visto a través de la parte tocada, que es la única parte donde sabemos en forma inmediata que hay algo. Si hemos de dar razón por la apariencia azul de los objetos distintos de los anteojos, cuando los vemos a través de ellos, podría parecer como si debiéramos suponer que los anteojos todavía existen cuando ya no los estamos tocando; y si esta suposición realmente es necesaria, nuestro problema principal está contestado: tenemos medios de conocer la existencia actual de los objetos no dados por los sentidos, si bien de la misma especie que los objetos primeramente dados por los sentidos.

Puede ser puesto en duda, sin embargo, si esta suposición es en realidad inevitable, aunque incuestionablemente sea la más natural que uno se hace. Podemos decir que el objeto que conocemos cuando tocamos los anteojos continúa produciendo efecto después, aunque quizá no exista más. En este modo de ver, la existencia que se supone no interrumpida de los objetos sensibles después de que han cesado de producir sensación en los sentidos, será una inferencia falaz del hecho de que estos objetos todavía producen efectos. A menudo se supone que nada que ha cesado de existir puede continuar produciendo efectos, pero esto es un mero prejuicio, debido a una concepción errónea de la causalidad. No podemos, por lo tanto, desechar nuestra hipótesis presente sobre la base de una imposibilidad *a priori*, pero debemos examinar con más amplitud si puede realmente explicar los hechos.

Puede decirse que nuestra hipótesis es inútil en el caso en que el vidrio azul no sea nunca tocado en modo alguno. ¿Cómo, en ese caso, hemos de explicar la apariencia

azul de los objetos? Y más generalmente, ¿qué hemos de deducir de las sensaciones hipotéticas del tacto que asociamos con objetos visibles no tocados, que sabemos podrían ser verificadas, aunque en realidad no las verificamos? ¿No deben ser atribuidas éstas a la posesión permanente, por los objetos, de las propiedades que el tacto descubriría?

Consideremos primero la cuestión más general. La experiencia nos ha enseñado que donde vemos ciertas clases de superficies de colores podemos, por el tacto, obtener ciertas sensaciones esperadas de dureza o blandura, forma palpable, y así sucesivamente. Esto nos conduce a creer que lo que es visto es por lo general tangible, y que tiene, lo toquemos o no, la dureza o la blandura que suponemos sentiríamos si lo tocáramos. Pero el mero hecho de que seamos capaces de inferir lo que nuestras sensaciones táctiles serían, muestra que no es lógicamente necesario suponer cualidades táctiles antes de sentirlas. Todo lo que realmente se conoce es que la apariencia visual en cuestión, junto con el tacto, conducirá a ciertas sensaciones, que pueden necesariamente ser determinadas en función de la apariencia visual, pues de otra manera no podrían ser inferidas de ella.

Ahora podemos dar un enunciado de los hechos experimentados concernientes a los anteojos azules, que proporcionará una interpretación de las creencias del sentido común sin suponer nada más allá de la existencia de los objetos sensibles en los momentos en que son percibidos. Por la experiencia de la correlación de las sensaciones táctiles y visuales nos volvemos capaces de asociar un cierto lugar en el espacio del tacto, con cierto correspondiente lugar en el espacio de la visión. Algunas veces, especialmente en el caso de las cosas transparentes, encontramos que hay un objeto tangible en un espacio táctil sin que haya ningún objeto visible en el correspondiente campo de la visión. Pero en un caso tal como el de los anteojos azules, encontramos que cuanto objeto es visible más allá del espacio visual vacío en la misma línea de la vista tiene un diferente color del que tiene cuando no hay un objeto tangible en el espacio táctil interpuesto; y así que movemos el objeto tangible en el espacio del tacto, el parche azul se mueve en el campo de la visión. Si ahora encontramos un parche azul moviéndose en esta forma en el espacio de la visión, cuando no tengamos experiencia sensible de un objeto tangible interpuesto, no obstante inferiremos que, si ponemos nuestra mano

en un cierto lugar en el campo del tacto, experimentaremos cierta sensación táctil. Si hemos de evitar objetos no sensibles, esto debe tomarse como la totalidad de lo que queremos indicar cuando decimos que los anteojos azules están en cierto lugar, aunque no los hayamos tocado, y sólo hayamos visto otras cosas volverse azules por su interposición.

Creo que puede establecerse en forma completamente general que, *en tanto* la física o el sentido común sean verificables, deben ser capaces de interpretación en función de datos sensoriales reales únicamente. La razón para esto es simple. La verificación consiste siempre en el acaecimiento de un dato sensorial esperado. Los astrónomos nos dicen que habrá un eclipse de luna: miramos la Luna, y encontramos la sombra de la Tierra haciéndole una muesca, es decir, vemos una apariencia completamente diferente de la de la acostumbrada luna llena. Ahora bien, si un dato sensorial esperado constituye una verificación, lo que se afirmó debe haber sido afirmado sobre los datos sensoriales; ahora bien, sea como fuere, si parte de lo afirmado no lo era sobre los datos sensoriales, entonces sólo la otra parte ha sido verificada. Hay, en realidad, cierta regularidad o conformidad con la ley sobre el acaecimiento de los datos sensoriales, pero los datos sensoriales que ocurren al mismo tiempo están a menudo casualmente conectados con aquellos que ocurren en distintos momentos, y no, o por lo menos no muy estrechamente, con los que ocurren en momentos contiguos. Si miro la Luna e inmediatamente después oigo un tren que se aproxima, no hay una conexión causal muy estrecha entre mis dos datos sensoriales; pero, si miro la Luna dos noches separadas por una semana, hay una conexión causal muy estrecha entre los dos datos sensoriales. El enunciado más simple, o por lo menos el más fácil de la conexión se obtiene imaginando una Luna "real" que avanza si la miro o no, porporcionando una serie de datos sensoriales *posibles* de los que sólo son reales los que pertenecen a los momentos en que elijo mirar la luna.

Pero el grado de verificación obtenible en esta forma es muy pequeño. Debe recordarse que, en el nivel actual de nuestra duda, no tenemos libertad para admitir testimonios. Cuando oímos ciertos ruidos, que son aquellos que emitiríamos si quisiéramos expresar cierto pensamiento, suponemos que ese pensamiento, o uno muy parecido, ha estado en otra mente, y ha dado origen a la expresión que oímos.

Si al mismo tiempo vemos un cuerpo que se parece al nuestro, moviendo los labios como movemos los nuestros cuando hablamos, no podemos evitar el parecer de que está vivo, y de que los sentimientos dentro de él continúan cuando no lo estamos mirando. Cuando vemos a nuestro amigo dejarse caer un peso sobre el dedo del pie, y le oímos decir... lo que diríamos nosotros en circunstancias similares, el fenómeno *puede*, a no dudar, ser explicado sin presumir que nuestro amigo sea otra cosa que una serie de formas y ruidos vistos y oídos por nosotros, pero, en realidad, ningún hombre está tan intoxicado con la filosofía como para no estar completamente seguro de que su amigo ha sentido la misma clase de dolor que él mismo hubiera sentido. Consideraremos dentro de poco la legitimidad de esta opinión; por el momento, sólo quiero señalar que necesita la misma clase de justificación que nuestra creencia de que la Luna existe cuando no la vemos, y que, sin ella, el testimonio oído o leído se reduce a ruidos y formas, y no puede ser considerado como evidencia de los hechos que transmite. La verificación de la física posible en nuestro actual nivel es, por lo tanto, sólo aquel grado de comprobación que es posible por las observaciones de un hombre sin ayuda, que no nos llevará muy lejos hacia el establecimiento de una ciencia total.

Antes de proseguir más allá, resumimos el argumento hasta donde ha llegado. El problema es: "¿Puede la existencia de algo distinto de nuestros propios datos fuertes ser inferido de esos datos?" Es un error enunciar el problema en la forma: "¿Podemos saber de la existencia de algo distinto de nosotros y de nuestros estados?" o bien: "¿Podemos saber de la existencia de algo independiente de nosotros mismos?", a causa de la extrema dificultad para definir exactamente "yo" e "independiente". La pasividad sentida de la sensación es inaplicable, puesto que, aun si probara algo, podría probar solamente que las sensaciones son causadas por objetos sensibles. La creencia natural *naïve* es que las cosas vistas persisten, cuando dejan de ser vistas, exacta o aproximadamente como aparecen cuando son vistas; pero esta creencia tiende a ser disipada por el hecho de que lo que el sentido común considera como la apariencia de un objeto cambia con lo que el sentido común considera como cambios en el punto de vista y en el medio interpuesto, incluyendo en el último nuestros propios órganos de los sentidos, nervios y cerebro. Sin embargo, este hecho, como se planteó

hace un momento, presupone el mundo de objetos estables del sentido común que pretende poner en duda; en consecuencia, antes de que podamos descubrir su relación precisa con nuestro problema, debemos encontrar una manera de enunciarlo que no incluya ninguna de las presuposiciones destinadas a hacerse dudosas. Lo que entonces encontramos, como resultado descarnado de la experiencia, es que los cambios graduales en ciertos datos de los sentidos son correlativos con cambios graduales en ciertos otros, o (en el caso de signos corporales) con los otros datos sensoriales mismos.

La suposición de que los objetos sensibles persisten después que han cesado de ser percibidos (por ejemplo, que la dureza de un cuerpo visible que ha sido descubierta por el tacto, continúa cuando el cuerpo no es ya más tocado) puede ser reemplazada por el enunciado de que los *efectos* de los objetos sensibles persisten, es decir, que lo que ocurre ahora sólo puede ser explicado, en muchos casos, teniendo en cuenta lo que ha ocurrido en una época anterior. Todo lo que un hombre, por su experiencia personal propia, puede verificar en la información del mundo dada por el sentido común y la física, será explicable por alguno de tales medios, puesto que la verificación consiste meramente en el acaecer de un dato sensorial esperado. Pero lo que depende del testimonio, sea oído o leído, no puede ser explicado de esta manera, puesto que el testimonio depende de la existencia de mentes distintas de la nuestra propia, y de este modo requiere un conocimiento de algo no dado por los sentidos. Pero antes de examinar el problema de nuestro conocimiento de otras mentes, volvamos a la cuestión de la cosa en sí, a saber, a la teoría de que lo que existe cuando no percibimos un objeto sensible dado es algo muy distinto del objeto, algo que, junto con nosotros y nuestros órganos sensoriales, causa nuestras sensaciones, pero no es dado nunca él mismo en sensación.

La cosa en sí, cuando partimos de las suposiciones del sentido común, es un resultado bastante natural de las dificultades debidas al cambio de apariencia de lo que se supone ser un objeto. Se supone que la mesa, por ejemplo, causa nuestros datos sensoriales de vista y tacto, pero, puesto que éstos están alterados por el punto de vista y el medio interpuesto, debe ser completamente diferente de los datos sensoriales a los que da origen. La objeción a esta teoría, creo, está en su fracaso para comprender la naturaleza radi-

cal de la reconstrucción exigida por las dificultades que ella señala. No podemos hablar legítimamente de cambios en el punto de vista y el medio interpuesto hasta que hayamos construido ya algún mundo más estable que el de la sensación momentánea. Espero que haya aclarado esto nuestra exposición de los anteojos azules y la caminata alrededor de la mesa. Pero lo que no está aclarado es la naturaleza de la reconstrucción requerida.

Aunque no podemos quedarnos contentos con la teoría anterior, en los términos en que está enunciada, no obstante debemos tratarla con cierto respeto, porque es en esbozo la teoría sobre la que la ciencia física y la fisiológica están construidas, y debe ser susceptible, por lo tanto, de una interpretación verdadera. Veamos cómo debe hacerse.

Lo primero que se debe comprender es que no existen cosas tales como "la ilusión de los sentidos". Los objetos de los sentidos, aun cuando sucedan en sueños, son los objetos más indubitablemente reales que conocemos. Entonces, ¿qué nos hace llamarlos irreales en sueños? Meramente la naturaleza inusitada de sus conexiones con otros objetos de los sentidos. Sueño que estoy en América, pero me despierto y me encuentro en Inglaterra sin aquellos días interpuestos en el Atlántico que, ¡ay de mí!, están inseparablemente conectados con una visita "real" a América. Los objetos de los sentidos son llamados "reales" cuando tienen la clase de conexión con otros objetos de los sentidos que la experiencia nos ha conducido a considerar normal; cuando fallan en esto, son llamados "ilusiones". Pero lo que es ilusorio son sólo las inferencias a las que dan origen; en sí mismos, ellos son enteramente tan reales como los objetos de la vigilia. Y, a la inversa, no se debe esperar que los objetos sensibles de la vigilia tengan más realidad intrínseca que los de los sueños. Sueños y vigilia, en nuestros primeros esfuerzos de construcción, deben ser tratados con igual respeto; es sólo por alguna realidad no *meramente* sensible que los sueños pueden ser condenados.

Aceptando la realidad momentánea indubitable de los objetos de los sentidos, lo siguiente que hay que advertir es la confusión que sustenta las objeciones derivadas de su mutabilidad. Mientras caminamos alrededor de la mesa, su aspecto cambia; pero se piensa que es imposible sostener ni que la mesa cambia, ni que sus varios aspectos pueden "realmente" existir todos en el mismo lugar. Si nos apretamos

el globo de un ojo, veremos dos mesas; pero se considera absurdo sostener que hay "realmente" dos mesas. Tales argumentos, sin embargo, merecen incluir la presunción de que puede haber algo más real que los objetos de los sentidos. Si vemos dos mesas, entonces *hay* dos mesas para la vista. Es perfectamente verdad que, en el mismo momento, podemos descubrir por el tacto que hay sólo una mesa tangible. Esto nos obliga a declarar que las dos mesas visuales son una ilusión, porque, por regla general, un objeto visual corresponde a un objeto tangible. Pero todo lo que estamos autorizados a decir es que, en este caso, la forma de correlación del tacto y la vista es inusitada. Además, cuando el aspecto de la mesa cambie mientras caminamos alrededor de ella, y se nos diga que no puede haber tantos aspectos diferentes en el mismo lugar, la respuesta será simple: ¿qué quiere decir el crítico de la mesa por "el mismo lugar"? El uso de tal frase presupone que todas nuestras dificultades han sido resueltas; hasta ahora no tenemos derecho a hablar de un "lugar" excepto con referencia a un grupo dado de datos sensoriales momentáneos. Cuando todos cambian por un movimiento del cuerpo, ningún lugar permanece como era. Hasta este punto, la dificultad, si existe, por lo menos no ha estado correctamente planteada.

Comenzaremos ahora nuevamente, adoptando un método distinto. En lugar de inquirir cuál es el mínimo de suposiciones por el que podemos explicar el mundo de los sentidos, construiremos, para tener una hipótesis modelo como ayuda para la imaginación, una explicación posible (no necesaria) de los hechos. Quizás entonces podría ser posible eliminar lo que es superfluo en nuestra hipótesis, dejando un residuo que pueda ser considerado como la respuesta abstracta a nuestro problema.

Imaginemos que cada mente considera al mundo, como en la monadología de Leibniz, desde un punto de vista peculiar; y en beneficio a la simplicidad, confiémonos al sentido de la vista, ignorando las mentes que estén exentas de este sentido. Cada mente ve a cada momento un mundo tridimensional inmensamente complejo; pero no hay absolutamente nada que sea visto por dos mentes simultáneamente. Cuando decimos que dos personas ven la misma cosa, siempre encontramos que, debido a la diferencia del punto de vista, hay diferencias, aunque leves, entre sus objetos inmediatos sensibles. (Estoy aquí suponiendo la validez del testi-

monio pero como sólo estamos construyendo una teoría *posible*, ésa es una suposición legítima.) El mundo tridimensional visto por una mente, por lo tanto, no abarca ningún lugar en común con el visto por otra, porque los lugares pueden sólo estar constituidos por las cosas, dentro o alrededor de ellos. En consecuencia podemos suponer, a despecho de las diferencias entre los diferentes mundos, que cada uno existe íntegro exactamente como es percibido, y podría ser exactamente como es aun si no fuera percibido. Podemos suponer, asimismo, que hay un infinito número de tales mundos que en realidad no son percibidos. Si dos hombres están sentados en una habitación, dos mundos un tanto semejantes son percibidos por ellos; si un tercer hombre entra y se sienta entre ellos, un tercer mundo, intermedio entre los dos mundos previos, comienza a ser percibido. Es verdad que no podemos suponer de un modo razonable que exactamente este mundo ha existido antes, porque está condicionado por los órganos de los sentidos, nervios y cerebro del hombre recién llegado; pero podemos suponer razonablemente que *algún* aspecto del universo existía desde ese punto de vista, aunque nadie lo estuviera percibiendo. El sistema que consiste en todas las visiones del universo, percibidas y no percibidas, lo llamaré el sistema de "perspectivas"; limitaré la expresión "mundos particulares" a tales visiones del universo que son realmente percibidas. Así un "mundo particular" es una "perspectiva" percibida pero puede haber cualquier número de perspectivas no percibidas.

Sucede a veces que dos hombres perciben perspectivas muy semejantes, tan semejantes que pueden usar las mismas palabras para describirlas. Dicen que ven la misma mesa, porque las diferencias entre las dos mesas que ellos ven, son leves y prácticamente sin importancia. Así es posible, a veces, establecer una correlación por semejanza, entre muchísimas cosas de una perspectiva y muchísimas cosas de otra. En caso de que la semejanza sea muy grande, decimos que los puntos de vista de las dos perspectivas están casi juntos en el espacio; pero este espacio en el que están casi juntos es totalmente diferente de los espacios dentro de las dos perspectivas. Es una relación entre las perspectivas, y no está en ninguna de ellas; ninguno puede percibirlo, y si ha de ser conocido podrá serlo sólo por inferencia. Entre dos perspectivas percibidas que son semejantes, podemos imaginar una serie íntegra de otras perspectivas, por lo

menos alguna no percibida, y que entre dos cualesquiera aunque semejantes, haya otras aún más semejantes. En esta forma el espacio que consta de relaciones entre perspectivas puede volverse continuo, y (si preferimos) tridimensional.

Ahora podemos definir la "cosa" momentánea del sentido común como opuesta a sus apariencias momentáneas. Por la semejanza de perspectivas vecinas, muchos objetos en una pueden ser correlativos de objetos de la otra especialmente con los objetos semejantes. Dado un objeto en una perspectiva, forman el sistema de todos los objetos correlativos con él en todas las perspectivas; ese sistema puede identificarse con la "cosa" momentánea del sentido común. Así, un aspecto de una "cosa" es un miembro del sistema de aspectos que *es* la "cosa" en ese momento. (La correlación de los tiempos de diferentes perspectivas presenta ciertas complicaciones, de la especie considerada en la teoría de la relatividad; pero podemos ignorar esto por el momento. Todos los aspectos de una cosa son reales, por cuanto la cosa es meramente una construcción lógica. Tiene, sin embargo, el mérito de ser neutral mientras esté entre distintos puntos de vista, y de ser visible a más de una persona, en el único sentido en el que puede siempre ser visible, a saber, en el sentido en que cada uno ve uno de sus aspectos.

Se observará que, mientras cada perspectiva contiene su propio espacio, hay sólo un espacio en el que las perspectivas mismas son los elementos. Hay tantos espacios particulares como perspectivas; luego hay por lo menos tantas como perceptores y puede haber cualquier número de otras que tengan una existencia meramente material y no sean vistas por nadie. Pero hay sólo un espacio-perspectiva, cuyos elementos son perspectivas individuales, cada uno con su propio espacio particular. Ahora tenemos que explicar cómo el espacio particular de una perspectiva individual es correlativo con parte del espacio-perspectiva único que los abarca a todos.

El espacio perspectiva es el sistema de "puntos de vista" de espacios particulares (perspectivas) o, puesto que los "puntos de vista" no han sido definidos, podemos decir que es el sistema de los espacios particulares mismos. Cada espacio particular contará como un punto, o de todos modos, como un elemento, en el espacio perspectiva. Están ordenados por medio de sus semejanzas. Supongamos, por ejemplo, que partimos de uno que contiene la apariencia de un

disco circular, el que podría llamarse un penique, y supongamos que esta apariencia, en la perspectiva en cuestión, es circular, no elíptica. Entonces podemos formar una serie íntegra de perspectivas que contienen una serie gradual de aspectos circulares de varios tamaños: para este propósito sólo tenemos que acercarnos (como decimos) o alejarnos del penique. Se dirá que las perspectivas en las que el penique parece circular se ubican en una línea recta en el espacio perspectiva, y su orden sobre esta línea será el de los tamaños de los aspectos circulares. Además, aunque este enunciado debe ser observado con atención y subsecuentemente examinado, se dirá que las perspectivas en las que el penique parece grande están más cerca del penique que aquellas en las que parece pequeño. Debemos hacer notar también que podría haberse elegido para definir las relaciones de nuestras perspectivas en el espacio perspectiva, cualquier otra "cosa" que no fuera el penique, y esa experiencia muestra que hubiera resultado el mismo orden espacial de perspectivas.

Para explicar la correlación de los espacios particulares con el espacio perspectiva, tenemos primero que explicar qué significa "el lugar (en el espacio perspectiva) donde una cosa está". Para este propósito, consideremos otra vez el penique que aparece en muchas perspectivas. Formamos una línea recta de perspectivas en la que el penique aparecía circular, y estábamos de acuerdo en que aquellas en las que aparece más grande debían ser consideradas como más próximas al penique. Podemos formar otra línea recta de perspectivas en las que el penique es visto de frente y parece como una línea recta de cierto grosor. Estas dos líneas se encontrarán en cierto lugar en el espacio perspectiva, es decir en una cierta perspectiva, que puede ser definida como "el lugar (en el espacio perspectiva) donde el penique está". Es verdad que, para prolongar nuestras líneas hasta que alcancen este lugar, tendremos que hacer uso de otras cosas además del penique, porque, tanto cuanto alcanza la experiencia, el penique cesa de presentar apariencia alguna luego de aproximarnos tan cerca de él que toque el ojo. Pero esto no origina una dificultad real, porque hallamos el orden espacial de las perspectivas empíricamente independiente de las "cosas" particulares elegidas para definir el orden. Podemos, por ejemplo, alejar nuestro penique y prolongar cada una de nuestras dos líneas rectas hasta

su intersección colocando otros peniques más lejos en tal forma que los aspectos de uno sean circulares donde los de nuestro penique original eran circulares, y los aspectos del otro sean rectos donde los de nuestro penique original eran rectos. Habrá entonces exactamente una perspectiva en la que uno de los nuevos peniques parezca circular y los otros rectos. Este será, por definición, el lugar donde el penique original estaba en el espacio perspectiva.

Lo antedicho es, claro está, sólo un primer esbozo aproximativo del modo por el que nuestra definición ha de lograrse. Desprecia el tamaño del penique, y presupone que podemos mover el penique sin ser perturbados por ningún cambio simultáneo en las posiciones de las otras cosas. Pero es evidente que tales sutilezas no pueden afectar el principio, y sólo pueden introducir complicaciones en su aplicación.

Habiendo definido ahora la perspectiva, que es el lugar donde una cosa dada está, podemos comprender qué significa decir que las perspectivas en las que una cosa parece grande están más cerca de las cosas que aquellas en las que parece pequeña; están, en efecto, más cerca de la perspectiva que es el lugar donde la cosa está.

Podemos ahora explicar también la correlación entre un espacio particular y las partes del espacio perspectiva. Si hay un aspecto de una cosa dada en un cierto espacio individual, entonces correlacionamos el lugar donde este aspecto está en el espacio particular con el lugar donde la cosa está en el espacio perspectiva.

Podemos definir el "aquí" como el lugar, en el espacio perspectiva, que está ocupado por nuestro mundo particular. De este modo, podemos comprender ahora qué significa decir que una cosa está cerca o lejos de "aquí". Una cosa está cerca de "aquí" si el lugar donde está se encuentra cerca de mi mundo individual. Podemos comprender también qué significa decir que nuestro mundo particular está dentro de nuestra cabeza; porque nuestro mundo privado es un lugar en el espacio perspectiva, y puede ser parte del lugar donde nuestra cabeza está.

Se observará que *dos* lugares en el espacio perspectiva acompañan cada aspecto de una cosa; a saber, el lugar donde la cosa está, y el lugar que es la perspectiva de la que el aspecto en cuestión forma parte. Cada aspecto de una cosa es una parte de dos clases diferentes de aspectos, a saber:

1 los distintos aspectos de la cosa, de los que, a lo sumo, uno aparece en cualquier perspectiva dada; 2) la perspectiva de la que el aspecto dado es una parte, es decir, aquella perspectiva en la que la cosa tiene el aspecto dado. El físico, naturalmente, clasifica los aspectos del primer modo, el psicólogo, del segundo. Los dos lugares unidos a un aspecto único corresponden a las dos formas de clasificarlo. Podemos distinguir los dos lugares como aquel *en* el que, y aquel *desde* el que, aparece el aspecto. El "lugar en el que" es el lugar de la cosa a la que el aspecto pertenece; el "lugar del que" es el lugar de la perspectiva a la que el aspecto pertenece.

Intentemos ahora enunciar el hecho de que el aspecto que una cosa presenta en un lugar dado es afectado por el medio interpuesto. Los aspectos de una cosa en perspectivas distintas han de ser concebidos como extendiéndose hacia afuera del lugar donde la cosa está, y sometidos a diversos cambios mientras se alejan de este lugar. Las leyes de acuerdo con las que cambian no pueden ser enunciadas si sólo tomamos en cuenta los aspectos que están cerca de la cosa sino que requieren que tomemos también en cuenta las cosas que están en los lugares desde los que estos aspectos aparecen. Este hecho empírico puede, por lo tanto, ser interpretado en función de nuestra construcción.

Hemos construido ya un cuadro ampliamente hipotético del mundo, que contiene y sitúa los hechos experimentados, incluyendo aquellos derivados de testimonio. El mundo que hemos construido puede utilizarse, con cierto engorro, para interpretar los hechos sin elaborar de los sentidos, los hechos de la física, y los hechos de la fisiología. Por lo tanto, es un mundo que *puede* ser real. Se adapta a los hechos, y no hay evidencia empírica contra él; también está libre de imposibilidades lógicas. Pero, ¿tenemos alguna razón valedera para suponer que es real? Esto nos retrotrae a nuestro problema original, en cuanto a los fundamentos para creer en la existencia de algo fuera de mi mundo individual. Lo que hemos deducido de nuestra construcción hipotética es que no hay razones *contra* la verdad de esta creencia, pero no hemos deducido ningún fundamento positivo a su favor. Resumiremos esta indagación retomando el problema del testimonio y la evidencia para la existencia de otras mentes.

Admítasenos comenzar diciendo que el argumento en favor de la existencia de las mentes de otras personas no

puede ser terminante. Un fantasma de nuestros sueños parecerá tener una mente, una mente para incomodar, por regla general. Dará respuestas inesperadas, rehusará someterse a nuestros deseos, y mostrará todos aquellos otros signos de inteligencia a los que nos tienen acostumbrados los conocidos de nuestras horas de vigilia. Y todavía, cuando estamos despiertos, no creemos que el fantasma, como las apariencias de las personas de la vida de vigilia, era representativo de un mundo particular al que no tenemos acceso directo. Si hemos de creer esto de las personas que encontramos cuando estamos despiertos, debe ser sobre alguna base de escasa demostración, puesto que es posible, evidentemente, que lo que llamamos vida de vigilia sea sólo una pesadilla inusitadamente persistente y repetida. Puede ser que nuestra imaginación produzca todo lo que otra persona parece decirnos, todo lo que leemos en los libros, todo lo que diariamente, semanalmente, mensualmente y trimestralmente leemos en los periódicos que distraen nuestros pensamientos, todos los avisos de jabón y todos los discursos de los políticos. Esto *puede* ser verdad, mientras no se demuestre que es falso, empero, nadie puede creerlo realmente. ¿Hay algún fundamento *lógico* para considerar esta posibilidad como improbable? ¿O no hay nada más allá del hábito y el prejuicio?

Las mentes de las otras personas están entre nuestros datos, en el amplísimo sentido en el que usamos la palabra al principio. Es decir, cuando primero comenzamos a reflexionar, nos encontramos ya creyendo en ellas, no a causa de ningún argumento, sino porque la creencia es natural en nosotros. Sin embargo, es una creencia psicológicamente derivada puesto que resulta de la observación de los cuerpos de las personas; y junto con otras creencias mencionadas, no pertenecen a los más fuertes de los datos fuertes, pero se convierte, bajo la influencia de la reflexión filosófica, en suficientemente dudosa como para hacernos desear algún argumento que la relacione con los hechos de los sentidos.

El argumento obvio es, claro está, derivado de la analogía. Los cuerpos de otras personas se comportan como los nuestros cuando tenemos ciertos pensamientos y sentimientos; en consecuencia, por analogía, es natural suponer que tal comportamiento está relacionado con pensamientos y sentimientos como los nuestros propios. Alguien dice "¡Cuidado!" y nos encontramos a punto de que nos mate un

automóvil; por lo tanto, atribuimos las palabras que hemos oído a la persona en cuestión a que ha visto el automóvil primero, en cuyo caso hay cosas existentes de las que no somos directamente conscientes. Pero esta escena íntegra, con nuestra inferencia, puede ocurrir en un sueño, en cuyo caso la inferencia es considerada generalmente como errónea. ¿Hay algo para hacer más convincente el argumento de la analogía cuando estamos (según creemos) despiertos?

La analogía en la vida de vigilia es sólo preferida a la de los sueños sobre la base de su mayor alcance y permanencia. Si un hombre soñara todas las noches con un conjunto de personas que nunca encontró durante el día, que tienen características permanentes y envejecen con el transcurso de los años, tendría dificultad, como el hombre en la pieza de Calderón, de resolver cuál es el mundo de los sueños y cuál es el llamado mundo "real". Sólo el fracaso de nuestros sueños, para formar una totalidad permanente uno con otro o con la vida de vigilia, nos obliga a condenarlos. Ciertas uniformidades se observan en la vida de vigilia, mientras que los sueños parecen completamente irregulares. La hipótesis natural sería que los demonios y los espíritus de la muerte nos visitan mientras dormimos; pero la mente moderna, por regla general, rehúsa mantener este parecer, aunque es difícil ver qué se podría decir en su desmedro. Por otro lado, el místico, en momentos de iluminación, parece despertar de un sueño que ha llenado toda su vida mundana: el mundo íntegro de los sentidos se convierte en fantasmal, y ve, con la claridad y convicción que pertenece a nuestra comprensión matinal después de los sueños, un mundo absolutamente diferente al de nuestros cuidados y preocupaciones cotidianos. ¿Quién lo condenará? ¿Quién lo justificará? o ¿quién justificará la solidez aparente de los objetos comunes entre los que suponemos que transcurre nuestra propia vida?

Creo que se debe admitir que la hipótesis de que otras personas tienen mentes no es susceptible de ninguna justificación muy fuerte a partir del argumento analógico. Al mismo tiempo, es una hipótesis que sistematiza un vasto cuerpo de hechos y nunca conduce a ninguna consecuencia que haya razón para considerar falsa. Por lo tanto, no hay nada para decir en contra de su verdad, y sí buenas razones para utilizarlas como una hipótesis de trabajo. Una vez que es admitida, nos permite ampliar nuestro conocimiento

del mundo sensible por testimonio, y de este modo conduce al sistema de los mundos particulares que supusimos en nuestra construcción hipotética. En realidad, cualquiera sea la cosa que tratemos de pensar como filósofos, no podemos dejar de creer en las mentes de las otras personas, de suerte que la cuestión de que si nuestra creencia se justifica, tiene un interés meramente especulativo. Y si se justifica, entonces no hay más dificultad de principio en esa vasta extensión de nuestro conocimiento, más allá de nuestros datos personales, que encontramos en la ciencia y en el sentido común.

Esta conclusión un tanto magra no debe ser considerada como el resultado total de nuestra larga exposición. El problema de la conexión de los sentidos con la realidad objetiva comúnmente ha sido tratado desde un punto de vista que no lleva la duda inicial tan lejos como la hemos llevado nosotros; la mayoría de los escritores, consciente o inconscientemente, han supuesto que el testimonio de los demás debe ser admitido, y, por lo tanto (por lo menos por deducción), que los otros tienen mentes. Sus dificultades han surgido después de haber admitido esto, de las diferencias en la apariencia que un objeto físico presenta a dos personas al mismo tiempo, o a una persona en dos momentos entre los cuales no se pueda suponer que hubo cambio. Tales dificultades han hecho que la gente dudara de hasta dónde la realidad objetiva puede ser completamente conocida por los sentidos, y le ha hecho suponer que había argumentos positivos contra la opinión de que puede ser así conocida. Nuestra construcción hipotética refuta estos argumentos y muestra que la explicación del mundo dada por el sentido común y la ciencia física puede ser interpretada en una forma que es lógicamente inobjetable, y encuentra un lugar para todos los datos, tanto fuertes como débiles. Esta construcción hipotética, con su conciliación de psicología y física, es el principal resultado de nuestra exposición. Probablemente, la construcción es sólo en parte necesaria como una suposición inicial, y puede obtenerse de materiales más sutiles por los métodos de la lógica, de los que tendremos un ejemplo en las definiciones de puntos, instantes y partículas; pero no sé todavía a qué alcances puede ser llevada esta mengua en nuestras suposiciones iniciales.

# CUARTA CONFERENCIA

## EL MUNDO DE LA FISICA Y EL MUNDO DE LOS SENTIDOS

Entre las objeciones a la realidad de los objetos de los sentidos, hay una que se deriva de la aparente diferencia entre la materia como aparece en física y las cosas como aparecen en las sensaciones. Los hombres de ciencia, en su mayoría, se inclinan a condenar los datos inmediatos como "meramente subjetivos", si bien, con todo, mantienen la verdad de la física inducida de estos datos. Pero tal actitud, aunque puede ser *capaz* de justificación, es obvio que tiene necesidad de ella; y la única justificación posible debe ser una que presente la materia como una construcción lógica a partir de los datos sensoriales; a menos que, claro está, haya algún principio enteramente *a priori* por el que entidades desconocidas pudieran ser inferidas de las que son conocidas. Por lo tanto, es necesario encontrar algún modo de salvar el abismo entre el mundo de la física y el mundo de los sentidos, y éste es el problema que nos ocupará en la presente conferencia. Los físicos parecen ser inconscientes del abismo, mientras los psicólogos, que son conscientes de él, no tienen los conocimientos matemáticos requeridos para salvarlo. El problema es difícil, y no conozco su solución en detalle. Todo lo que puedo esperar hacer es lograr que sientan el problema, e indicar la clase de métodos por los que se debe buscar la solución.

Comencemos por una breve descripción de los dos mundos en contraste. Tomaremos, primero, el mundo de la física, porque, aunque el otro mundo es dado mientras el mundo físico es inferido, para nosotros el mundo de la física es ahora el más familiar, el mundo de los sentidos puros se ha convertido en extraño y difícil de redescubrir. La física parte de la creencia del sentido común en cuerpos cabal-

mente permanentes y rígidos: mesas, sillas, piedras, montañas, la Tierra, la Luna, el Sol. Esta creencia del sentido común, debe advertirse, es una muestra de audaz teorización metafísica; los objetos no están continuamente presentes en la sensación, y debe dudarse de si ellos permanecen allí cuando no son vistos o sentidos. El sentido común ignora este problema, que ha sido agudo desde los tiempos de Berkeley, y, por lo tanto, hasta ahora ha sido ignorado por los físicos. De este modo tenemos aquí un primer punto de partida desde los datos inmediatos de la sensación, aunque es un punto de partida meramente por vía de extensión, y fue hecho probablemente por nuestros salvajes predecesores en alguna época prehistórica muy remota.

Pero las mesas y las sillas, las piedras y las montañas, no son *completamente* permanentes ni *completamente* rígidas. Mesas y sillas pierden sus patas, las piedras se hienden con la helada, y las montañas se resquebrajan con los terremoto y erupciones. Luego hay otras cosas que parecen materiales, y aun así casi no presentan permanencia o rigidez. El aliento, el humo, las nubes, son ejemplos de tales cosas; así, en menor grado, están el hielo y la nieve; y los ríos y los mares, aunque cabalmente permanentes, no son rígidos en ningún grado. Se creía que el aliento, el humo, las nubes y generalmente las cosas que pueden ser vistas pero no tocadas, difícilmente eran reales; hasta hoy, la característica ordinaria de un fantasma es que puede ser visto pero no tocado. Tales objetos eran peculiares por el hecho de que parecían desaparecer por completo, no solamente transformarse en otra cosa. El hielo y la nieve, cuando desaparecen, son reemplazados por el agua; y no se requiere un gran esfuerzo teórico para forjar la hipótesis de que el agua es la misma cosa que el hielo y la nieve, pero en una nueva forma. Los cuerpos sólidos, cuando se rompen, lo hacen en partes que tienen, prácticamente, la misma forma y tamaño de lo que eran antes. Una piedra puede ser martillada hasta ser convertida en polvo, pero el polvo consta de granos que conservan el carácter que tenían antes de ser machacados. De este modo, el ideal de cuerpos absolutamente rígidos y absolutamente permanentes, que los primeros físicos persiguieron a lo largo de las cambiantes apariencias, parece asequible suponiendo que los cuerpos comunes están compuestos por un vasto número de menudos átomos. Esta visión de la materia constituida en forma de bolas de billar, dominaba la

imaginación de los físicos hasta tiempos muy recientes, hasta que, en efecto, fue reemplazada por la teoría electromagnética, que a su vez se ha desarrollado en un nuevo atomismo. Aparte de la forma especial de la teoría atómica que fue inventada por las necesidades de la química, alguna especie de atomismo dominaba la totalidad de la dinámica tradicional, y estaba incluida en todo enunciado de sus leyes y axiomas.

La forma moderna del atomismo considera toda la materia como compuesta por dos clases de unidades, electrones y protones, ambos indestructibles. Todos los electrones, hasta donde podemos descubrir, son exactamente iguales, y también lo son los protones. Además de esta forma de atomicidad, que no es muy diferente de la de los griegos, excepto en que se basa en la evidencia experimental, hay una forma enteramente nueva, introducida por la teoría de los cuantos. Aquí la unidad indivisible es una unidad de "acción", es decir, energía multiplicada por tiempo, o masa multiplicada por longitud multiplicada por velocidad. No es ésta, de ninguna manera, la suerte de cantidad que las nociones tradicionales nos habían conducido a esperar de la atomicidad. Pero la relatividad hace que esta clase de atomicidad sea menos sorprendente, aunque hasta ahora no puede deducir ninguna forma de atomicidad, ni antigua ni nueva, de sus axiomas fundamentales. La relatividad ha introducido un análisis enteramente nuevo de los conceptos físicos, y ha hecho más fácil que antes construir un puente desde la física a los datos sensoriales. Para aclarar esto será necesario decir algo sobre la relatividad. Pero antes de hacerlo, examinemos nuestro problema desde el otro extremo, principalmente el de los datos sensoriales.

En el mundo de los datos inmediatos nada es permanente; aun las cosas que consideramos como totalmente permanentes, tales como las montañas, sólo se convierten en datos cuando las vemos, y no son inmediatamente dadas como existentes en otros momentos. Hasta ahora, a partir de un espacio dado que abarque todo, hay varios espacios para cada persona, de acuerdo con los diferentes sentidos que pueden ser llamados espaciales. La experiencia nos enseña a obtener un espacio a partir de éstos por correlación, y la experiencia, junto con la teorización instintiva, nos enseña a relacionar nuestros espacios con aquellos que creemos que existen en el mundo sensible de las otras personas. La

construcción de un tiempo individual ofrece menos dificultad en tanto nos limitemos al mundo privado de una persona, pero la correlación de un tiempo individual con otro es materia de gran dificultad. Mientras estábamos empeñados en las construcciones lógicas necesarias, podíamos consolarnos con el conocimiento de que las cosas permanentes, espacio y tiempo, han cesado de ser, para la relatividad física, parte de los simples componentes del mundo, y ahora se admite que son construcciones. Por lo tanto, al intentar construirlos a partir de los datos sensoriales y casos particulares estructuralmente análogos a los datos sensoriales, sólo estamos empujando el proceder de la teoría de la relatividad a un escalón más atrás.

La creencia en las "cosas" indestructibles, tomó muy pronto la forma de atomismo. El motivo fundamental en el atomismo no era, creo, ningún éxito empírico para interpretar los fenómenos, sino, más bien, una creencia instintiva de que por debajo de todos los cambios del mundo sensible debe haber algo permanente e inalterable. A no dudar, esta creencia era alentada y nutrida por sus éxitos prácticos, culminando con la conservación de la masa; pero no era producida por estos éxitos. Por el contrario, estos éxitos eran producidos por aquella creencia. Los escritores filosóficos de la física a veces hablan como si la conservación de una cosa u otra fuera esencial para la posibilidad de la ciencia, pero esto, creo, es una opinión enteramente errónea. Si la creencia *a priori* en la permanencia no hubiera existido, las mismas leyes que ahora son formuladas en función de esta creencia podrían haber sido formuladas exactamente lo mismo sin ella. ¿Por qué supondremos nosotros que, cuando el hielo se derrite, el agua que lo reemplaza es la misma cosa con una forma nueva? Meramente porque esta suposición nos capacita para plantear el fenómeno en una forma que está en consonancia con nuestros prejuicios. Lo que realmente sabemos es que, bajo ciertas condiciones de temperatura, la apariencia de lo que llamamos hielo es reemplazada por la apariencia de lo que llamamos agua. Podemos dar leyes de acuerdo con las que una apariencia sucederá a la otra, pero no hay razón sino prejuicio, para considerar a ambas como apariencias de la misma sustancia.

Si lo que acaba de decirse es correcto, una tarea que nos enfrenta al tratar de conectar el mundo de los sentidos con el mundo de la física, es la tarea de reconstruir la

concepción de la materia sin las creencias *a priori* que históricamente le han dado origen. Pese a los resultados revolucionarios de la física moderna, los éxitos empíricos de la concepción de la materia muestran que debe haber alguna concepción legítima que cumpla aproximadamente las mismas funciones. Apenas ha llegado el momento en que podamos manifestar en forma precisa qué es esta concepción legítima, pero podemos ver en una forma general como qué debe ser. Para este propósito, es sólo necesario tomar nuestros planteos corrientes del sentido común y replantearlos sin la suposición de la sustancia permanente. Decimos, por ejemplo, que las cosas cambian gradualmente, a veces muy de prisa, pero no sin pasar a través de una serie continua de estados intermedios, o por lo menos una serie aproximadamente continua, si se probara que las discontinuidades de la teoría del cuanto son esenciales. Esto significa que, dada cualquier apariencia sensible, por regla general habrá, *si observamos*, una sucesión continua de apariencias conectadas con la dada, conduciendo por imperceptibles gradaciones a las nuevas apariencias que el sentido común considera como de la misma cosa. Por lo tanto, una cosa puede ser definida como una cierta sucesión de apariencias, conectadas mutuamente por continuidad y por ciertas leyes causales. En el caso de las cosas que cambian con lentitud, esto se ve fácilmente. Consideremos, digamos, un papel de empapelar que se va decolorando en el curso de los años. Es un esfuerzo no pensarlo como una "cosa" cuyo color difiere lentamente en un momento de lo que era en otro. Pero, ¿qué *sabemos* realmente sobre esto? Sabemos que bajo circunstancias adecuadas, es decir, cuando estamos como se dice, "en el sitio", percibimos ciertos colores en un determinado diseño: no siempre precisamente los mismos colores, pero suficientemente semejantes como para sentirlos conocidos. Si pudiéramos establecer las leyes de acuerdo con las que el color varía, podríamos establecer todo lo que es empíricamente verificable; la suposición de que hay una entidad constante, el papel de empapelar, que "tiene" estos varios colores al mismo tiempo, es una muestra de metafísica gratuita. Podemos, si queremos, *definir* el papel de empapelar como la serie de sus aspectos. Estos están reunidos por los mismos motivos que nos conducen a considerar el papel de la pared como una cosa, principalmente una combinación de continuidad sensible y cone-

xión causal. Más generalmente, una "cosa" será definida como una cierta serie de aspectos, principalmente de aquellos que comúnmente podría decirse que son *de* la cosa. Decir que cierto aspecto es un aspecto *de* cierta cosa significará meramente que es uno de aquellos que, tomados serialmente, *son* la cosa. Todo proseguirá entonces como antes: cualquier cosa que sea verificable es inalterada, pero nuestro lenguaje es así interpretado a fin de impedir una innecesaria suposición metafísica de permanencia.

La anterior expulsión de las cosas permanentes proporciona un ejemplo de la máxima que inspira todo el filosofar científico, llamada "la navaja de Occam": *Las entidades no deben ser multiplicadas sin necesidad.* En otras palabras, al tratar cualquier materia, descubrir qué entidades están innegablemente incluidas, y plantear todo en función de estas entidades. Muy a menudo, el enunciado resultante es más complicado y difícil que el que supone, como el sentido común y la mayor parte de la filosofía, entidades hipotéticas, para creer en cuya existencia no hay una legítima razón. Encontramos más fácil imaginar un papel de pared con colores cambiantes que pensar meramente en la serie de colores; pero es un error suponer que lo que es fácil y natural de pensar es lo que está más libre de suposiciones insostenibles, como el caso de las "cosas" ejemplifica con mucha amplitud.

La sumaria exposición anterior de la génesis de las "cosas", aunque puede ser correcta en líneas generales, ha omitido algunas dificultades serias que es necesario considerar brevemente. Partiendo de un mundo de datos sensoriales sin orden ni concierto, queremos reunirlos en series, cada una de las que se pueda considerar que consiste en apariencias sucesivas de una "cosa". Para comenzar, hay algún conflicto entre lo que el sentido común considera como una cosa y lo que la física considera como un conjunto inalterable de partículas. Para el sentido común, un cuerpo humano es una cosa, pero para la ciencia la materia que lo compone está cambiando continuamente. Este conflicto, sin embargo, no es muy grave, y puede ser ampliamente ignorado para nuestro aproximativo propósito preliminar. El problema es: ¿mediante qué principios seleccionaremos ciertos datos del caos, y los llamaremos a todos apariencias de la misma cosa?

Una respuesta preliminar y aproximada a este problema

no es muy difícil. Hay ciertos conjuntos de apariencias cabalmente estables, tales como paisajes, los muebles de las habitaciones, los rostros de los conocidos. En estos casos, vacilamos muy poco para considerarlos en sucesivas ocasiones como apariencias de una cosa o grupo de cosas. Pero, como ilustra la *Comedia de los errores*, podemos ser llevados por mal camino si juzgamos por el mero parecido. Esto muestra que hay incluido algo más, porque dos cosas diferentes pueden tener cualquier grado de parecido hasta la exacta semejanza.

Otro criterio insuficiente de una cosa es la *continuidad*. Como hemos visto ya, si observamos lo que consideramos como una cosa cambiante, por lo general encontramos que sus cambios son continuos hasta donde nuestros sentidos pueden percibir. De este modo nos vemos inducidos a suponer que, si vemos dos apariencias limitadamente diferentes en dos momentos diferentes, y si tenemos razón de considerarlas como pertenecientes a la misma cosa, entonces hubo una serie continua de estados intermedios de esa cosa durante el tiempo que no la estábamos observando. Y así se llega a pensar que la continuidad del cambio es necesaria y suficiente para constituir una cosa. Pero, en realidad, no es ni lo uno ni lo otro. No es *necesaria*, porque los estados inobservados, en el caso en que nuestra atención no haya estado concentrada sobre la cosa, del principio al fin, son puramente hipotéticos, y posiblemente no pueden ser nuestro fundamento para suponer que la apariencia primera y la última pertenecen a la misma cosa; por el contrario, es porque suponemos esto que presumimos estados intermedios inobservados. La continuidad tampoco es suficiente, puesto que podemos, por ejemplo, pasar por gradaciones sensiblemente continuas de una gota del mar a otra gota. Lo máximo que podemos decir es que la discontinuidad durante la observación ininterrumpida es, por regla general, una señal de diferencia entre las cosas, si bien esto no puede decirse en casos tales como explosiones súbitas. (Estamos hablando, durante todo el tiempo, de la apariencia inmediata sensible, considerando como continuo todo lo que *parece* continuo, y como discontinuo todo lo que *parece* discontinuo.)

Sin embargo, la suposición de la continuidad se hace exitosamente en física. Esto prueba algo, aunque no algo de muy evidente utilidad para nuestro problema presente:

prueba que nada en el mundo conocido (aparte, posiblemente, de los fenómenos cuánticos) es incompatible con la hipótesis de que todos los cambios son realmente continuos, aunque pueden aparecer continuos, debido a la excesiva rapidez o a nuestra falta de observación. En este sentido hipotético, la continuidad o el cambio que, aunque súbito, está en conformidad con los principios cuánticos, puede admitirse como una condición *necesaria* si dos apariencias deben ser clasificadas como apariencias de la misma cosa. Pero no es una condición *suficiente*, como se desprende de los ejemplos de las gotas del mar. De este modo, se debe buscar algo más antes de que podamos dar aún la definición más general de una "cosa".

Lo que se necesita además parece ser algo en la naturaleza del cumplimiento de las leyes causales. Este planteamiento, tal como está enunciado, es muy vago, pero trataremos de darle precisión. Cuando hablo de "leyes causales", quiero decir cualesquiera leyes que enlacen acontecimientos ocurridos en momentos diferentes, o aun como un caso límite, acontecimientos ocurridos en el mismo momento siempre que la conexión no sea demostrable lógicamente. En este sentido muy general, las leyes de la dinámica son leyes causales, también lo son las leyes que correlacionan las apariencias simultáneas de una "cosa" con diferentes sentidos. El problema es: ¿cómo ayudan dichas leyes en la definición de una "cosa"?

Para responder a esta pregunta, debemos considerar qué es lo que prueban los éxitos empíricos de la física. Lo que prueban es que sus hipótesis, aunque inverificables cuando van más allá de los datos sensoriales, no están de ningún modo en contradicción con ellos, sino que, por el contrario, son idealmente los que suministran todos los datos sensibles supuestos de un conjunto suficiente de datos, todos pertenecientes a un período dado de tiempo. Ahora bien, la física ha hallado empíricamente posible reunir datos sensoriales en series, considerando cada serie como perteneciente a una "cosa", y comportándose, con respecto a las leyes de la física, en la forma en que series que no pertenecen a una cosa en general no se comportarían. Para que sea indudable la comprobación de si dos apariencias pertenecen a la misma cosa o no, deberá haber solamente un modo de agrupar las apariencias, de suerte que las cosas resultantes obedezcan a las leyes de la física. Sería muy difícil comprobar que es así,

pero para nuestro propósito presente debemos omitir este punto, y suponer que hay sólo un camino. Debemos incluir en nuestra definición de una "cosa" aquellos de sus aspectos, si los hay, que no son observados. De este modo podemos sentar la siguiente definición: *Las cosas son aquellas series de aspectos que obedecen a las leyes de la física.* Que tales series existen es un hecho empírico, que constituye la verificabilidad de la física.

Se puede objetar todavía que la "materia" de la física es algo distinto a las series de datos sensoriales. Los datos sensoriales, puede decirse, pertenecen a la psicología y son, sea como fuere, en algún sentido, subjetivos, mientras que la física es completamente independiente de las consideraciones psicológicas, y no presupone que su materia sólo existe cuando es percibida.

A esta objeción hay dos respuestas, ambas de alguna importancia:

a) Hemos estado considerando, en la exposición anterior, la cuestión de la *verificabilidad* de la física. Ahora bien, verificabilidad no es de ningún modo, la misma cosa que verdad; es, en realidad, algo mucho más subjetivo y psicológico. Para que una proposición sea verificable, no es suficiente que sea verdadera, sino que también debe ser tal que podamos descubrir que es verdadera. De suerte que la verificabilidad depende de nuestra capacidad para adquirir conocimiento, y no sólo de la verdad objetiva. En física, como comúnmente se manifiesta, hay mucho que no es verificable: hay hipótesis en cuanto a: ($\alpha$) cómo aparecerían las cosas a un espectador en un lugar donde, como sucede, no haya espectador; ($\beta$) cómo aparecerían las cosas en momentos en que, en realidad, no están apareciendo a nadie; ($\gamma$) las cosas que no aparecen jamás. Todas estas hipótesis son presentadas para simplificar el enunciado de las leyes causales, pero ninguna de ellas forma una parte integral de lo que se *conoce* como verdadero en física. Esto nos lleva a nuestra segunda respuesta.

b) Si la física ha de consistir enteramente en proposiciones que se sabe que son verdaderas, o por lo menos capaces de ser comprobadas o no, las tres clases de entidades hipotéticas que acabamos de enunciar deben ser todas capaces de mostrarse como funciones lógicas de los datos sensoriales. Para mostrar cómo se podría posiblemente hacer esto, recordemos el universo hipotético de Leibniz de la ter-

cera conferencia. En ese universo, teníamos una cantidad de perspectivas, dos de las cuales no tenían nunca ninguna entidad en común, pero a menudo contenían entidades que podían estar suficientemente correlacionadas como para considerarlas pertenecientes a la misma cosa. Llamaremos a una de estas perspectivas un mundo "real" individual cuando haya un espectador real al que este mundo aparezca, e "ideal" cuando sea meramente construido sobre principios de continuidad. Una cosa física consiste, a cada instante, en el conjunto total de sus aspectos en ese instante, en todos los mundos diferentes; de este modo un estado momentáneo de una cosa es un conjunto total de aspectos. Una apariencia "ideal" será un aspecto meramente supuesto, pero no realmente percibido por ningún espectador. Un estado "ideal" de una cosa será un estado en un momento en que todas sus apariencias sean ideales. Una cosa ideal será una cuyos estados en todos los momentos sean ideales. Las apariencias, los estados y las cosas, puesto que son supuestas, deben ser funciones de apariencias, estados y cosas reales; de hecho, en esencia, deben ser funciones de las apariencias reales. De este modo es innecesario, para la enunciación de las leyes de la física, asignar alguna realidad a los elementos ideales: es suficiente aceptarlos como construcciones lógicas, a menos que tengamos medios de conocer cómo determinar cuando se convierten en reales. Esto, es verdad, lo tenemos con cierto grado de aproximación; el cielo estrellado, por ejemplo, se convierte en real cuando optamos por mirarlo. Somos libres de creer que los elementos ideales existen, y puede no haber razón para *dejar* de creer esto; pero, a menos que sea en virtud de alguna ley *a priori*, no podemos *saberlo*, porque el conocimiento empírico está limitado a lo que realmente observamos.

Llegamos ahora a la concepción de espacio. Aquí es de la mayor importancia distinguir rigurosamente entre espacio de la física y espacio de la experiencia de un hombre. Lo último es lo que debe interesarnos primero.

La gente que nunca ha leído psicología, raramente se hace cargo de cuánta labor mental ha participado en la construcción de un espacio que lo abarque todo dentro del que se supone que se adaptan todos los objetos sensibles. Kant, que era excepcionalmente ignorante en psicología, describió el espacio como "un infinito dado en su totalidad", mientras que una reflexión psicológica de un momento mues-

tra que un espacio que es infinito no es dado, mientras que un espacio que es dado no es infinito. Cuál es realmente la naturaleza de un espacio "dado" es una cuestión difícil, sobre la que los psicólogos no están de ningún modo de acuerdo. Pero pueden hacerse algunas observaciones generales, que bastarán para mostrar los problemas, sin tomar partido en ningún punto psicológico todavía en debate.

Lo primero que se debe advertir es que los sentidos diferentes tienen espacios diferentes. El espacio de la vista es completamente diferente al espacio del tacto: es sólo por la experiencia en la infancia que aprendemos a relacionarlos. En la vida posterior, cuando vemos un objeto sin llegar a él, sabemos cómo palparlo y más o menos cómo será al tacto; si tocamos un objeto con los ojos cerrados sabemos dónde tendríamos que buscarlo, y más o menos a qué se parecerá. Pero este conocimiento es derivado de la temprana experiencia de la correlación de ciertas clases de sensaciones táctiles con ciertas clases de sensaciones visuales. El espacio único en el que ambas clases de sensaciones se disponen es una construcción intelectual, no un dato. Y, además de tacto y vista, hay otras clases de sensaciones que dan otros espacios, aunque menos importantes: éstos también deben ser acomodados en el espacio único por medio de las correlaciones provistas por la experiencia. Y, como en el caso de las cosas, también aquí: el espacio único que abarca todo, aunque es conveniente como medio de expresión, no necesita que se lo suponga realmente existente. Todo lo que la experiencia asegura, son los varios espacios de los varios sentidos correlacionados por leyes empíricamente descubiertas. El espacio único puede resultar válido como una construcción lógica, compuesto por los varios espacios, pero no hay una razón considerable para suponer su realidad metafísica independiente.

Otro aspecto en el que los espacios de experiencia inmediata difieren del espacio de la geometría y la física es con relación a los *puntos*. El espacio de la geometría y la física consiste en un infinito número de puntos, pero nadie ha visto ni tocado jamás un punto. Si hay puntos en un espacio sensible, deben ser una inferencia. No es fácil ver ningún camino por el que podrían inferirse válidamente, como entidades independientes, a partir de los datos; de este modo aquí, otra vez, tendremos que encontrar, si es posible, alguna construcción lógica, algún grupo complejo de objetos da-

dos inmediatamente, que tendrá las propiedades geométricas requeridas a los puntos. Se acostumbra pensar en los puntos como algo simple e infinitamente pequeño, pero la geometría de ningún modo exige que los pensemos en esta forma. Todo lo que necesita la geometría es que tengan mutuas relaciones y que posean ciertas propiedades abstractas enumeradas, y pudiera ser que un conjunto de datos de la sensación sirva a este propósito. Exactamente cómo ha de hacerse esto no lo sé todavía, pero parece bastante cierto que puede hacerse.

Un método ilustrativo, simplificado a fin de ser manejado fácilmente, ha sido inventado por el doctor Whitehead con el propósito de mostrar cómo los puntos pueden ser elaborados a partir de los datos sensibles junto con otras particularidades estructuralmente análogas. Este método es expuesto ampliamente en su *Principles of Natural Knowledge* (Cambridge, 1919) y *Concept of Nature* (Cambridge, 1920). Es imposible explicar este método en forma más concisa que en estos libros, por lo tanto remitimos al lector a ellos. Pero unas pocas palabras deben decirse a modo de explicación de los principios generales que sustentan el método. Ante todo, tenemos que observar que no hay datos sensoriales infinitesimales: cualquier superficie que podamos ver, por ejemplo, debe ser de una extensión finita. Suponemos que esto se aplica no sólo a los datos de los sentidos, sino a la totalidad de la materia que compone el mundo: todo lo que no sea una abstracción tiene alguna dimensión finita espacio-temporal, aunque no podemos descubrir un límite más bajo para las dimensiones que son posibles. Pero lo que aparece como un todo indiviso, a menudo se descubre, bajo la influencia de la atención, que se divide en partes contenidas en el todo. De este modo, un dato espacial puede estar contenido en otro, y enteramente encerrado por el otro. Esta relación de contenido, con la ayuda de algunas hipótesis muy naturales nos pueden capacitar para definir un "punto" como un cierto conjunto de objetos espaciales; hablando de un modo general, el grupo consistirá en todos los volúmenes que podría decirse naturalmente que el punto contiene.

Podría observarse que los métodos lógicos abstractos del doctor Whitehead son aplicables igualmente al espacio psicológico, al espacio físico, al tiempo y al espacio-tiempo. Pero, cuando son aplicados al espacio psicológico, no admiten continuidad a menos que supongamos que los datos senso-

riales contienen siempre partes que no son datos sensoriales. Los datos sensoriales tiene una dimensión mínima, por debajo de la que nada es experimentado; pero los métodos del doctor Whitehead postulan que no hay tal mínimo. Por lo tanto, no podemos construir un continuo sin suponer la existencia de particularidades que no son experimentadas. No obstante, esto no constituye una dificultad real, puesto que no hay razón para suponer que el espacio de nuestra experiencia inmediata posee continuidad matemática. La aplicación plena del método del doctor Whitehead, por lo tanto, pertenece más bien al espacio físico que al espacio de la experiencia. Esta cuestión nos ocupará nuevamente después, cuando lleguemos a considerar el espacio-tiempo físico y su correlación parcial con el espacio y el tiempo de la experiencia.

Una tentativa muy interesante para mostrar las clases de geometría que pueden construirse fuera de los materiales reales proporcionados por la sensación, se encontrará en *La géométrie dans le monde sensible* (París, 1923), de Jean Nicod.

La cuestión del tiempo, en tanto que nos limitemos a un mundo individual, es algo menos complicada que la del espacio, y puede verse con bastante claridad cómo podría ser tratada por métodos tales como los que hemos estado considerando. Sucesos de los que somos conscientes no duran meramente un instante matemático, sino siempre algún tiempo finito, aunque corto. Aun si hubiera un mundo físico tal como la teoría matemática del movimiento supone, las impresiones sobre los órganos de nuestros sentidos producirían sensaciones que no serían mera y estrictamente instantáneas, y por lo tanto los objetos de los sentidos de los que somos en seguida conscientes no serían estrictamente instantáneos. Los instantes, por lo tanto, no están entre los datos de la experiencia, y, para legitimarlos, deben estar o inferidos o construidos. Es difícil ver cómo pueden ser válidamente inferidos; de este modo nos quedamos con la alternativa de que deben ser construidos. ¿Cómo debe hacerse esto?

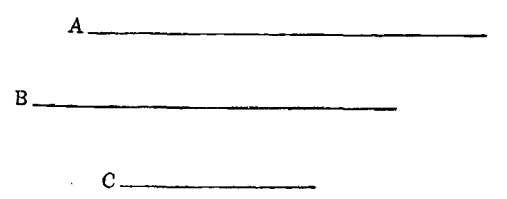
La experiencia inmediata nos proporciona dos relaciones temporales entre los acontecimientos: pueden ser simultáneos, o uno puede ser anterior y el otro posterior. Ambos son parte de los datos no elaborados; no es el caso de que sólo los acontecimientos son dados, y su ordenamiento en el tiempo, dentro de ciertos límites, es tan dado como los acon-

tecimientos. En cualquier historia de aventuras se pueden encontrar pasajes tales como el siguiente: "Con una sonrisa cínica apuntó el revólver al pecho del impávido joven. 'Al decir *tres*, dispararé', expresó. Las palabras uno y dos habían ya sido dichas con una claridad fría y deliberada. La palabra *tres* se modelaba en sus labios. En ese momento, un enceguecedor rayo de luz rasgó el aire." Aquí tenemos simultaneidad, pero no debida, como Kant quiere hacernos creer, al aparato mental subjetivo del impávido joven, sino dada tan objetivamente como el revólver y la luz. E igualmente es dado, en la experiencia inmediata, que las palabras *uno* y *dos* llegaron antes que el rayo de luz. Estas relaciones temporales se dan entre acontecimientos que no son estrictamente instantáneos. De este modo, un acontecimiento puede comenzar más pronto que otro, y, por lo tanto, existir con anterioridad a él, pero puede continuar después que el otro ha comenzado, y así ser también simultáneo. Si persiste después que el otro ha terminado, será también posterior al otro. Anterior, simultáneo y posterior, no son contradictorios uno con otro cuando nos interesamos en acontecimientos que duran un tiempo finito, aunque sea corto; sólo se convierten en contradictorios cuando tratamos con algo instantáneo.

Debe observarse que no es posible dar lo que podemos llamar fechas *absolutas*, sino sólo fechas determinadas por acontecimientos. No podemos señalar un momento en sí mismo, sino sólo algún acontecimiento ocurrido en aquel momento. Por lo tanto, no hay razón en la experiencia para suponer que haya momentos como opuestos a los acontecimientos: los acontecimientos, ordenados por las relaciones de simultaneidad y sucesión, es todo lo que la experiencia proporciona. En consecuencia, para definir lo que podemos considerar como un instante, a menos que tengamos que introducir entidades metafísicas superfluas, debemos proceder por medio de alguna construcción que no presuponga nada más allá de los acontecimientos y sus relaciones temporales.

Si queremos fijar una fecha exactamente por medio de acontecimientos, ¿cómo deberemos proceder? Si tomamos cualquier acontecimiento único, no podemos fijar nuestra fecha exactamente, porque el acontecimiento no es instantáneo, o sea, puede ser simultáneo de dos acontecimientos que no son simultáneos entre sí. Para señalar exactamente una fecha, debemos ser capaces, teóricamente, de determi-

mar si cualquier acontecimiento dado existe antes, durante o después de esta fecha, y debemos saber que cualquier otra fecha es o anterior o posterior a esta fecha, pero no simultánea. Supongamos, ahora, que en lugar de tomar un acontecimiento A, tomamos dos acontecimientos A y B, y supongan a A y B parcialmente sobrepuestos, pero B termina antes de que A termine. Entonces un acontecimiento que es simultáneo con ambos A y B debe existir durante el tiempo en que A y B se superponen; de este modo, hemos llegado un poco más cerca de una fecha precisa que cuando considerábamos a A y B solos. Sea C un acontecimiento que es simultáneo con A y B, pero que termina antes de que A o B termine. Por consiguiente, un acontecimiento que es simultáneo con A y B y C debe existir durante el tiempo




en que los tres se superpongan, lo que es un tiempo todavía más corto. Procediendo de esta manera, tomando más y más acontecimientos, un nuevo acontecimiento que está fechado como simultáneo de todos los otros, se va fechando gradualmente con más y más exactitud. Esto sugiere un camino por el que se puede determinar una fecha completamente exacta.

Tomemos un grupo de acontecimientos de los que dos cualesquiera se superponen, de suerte que hay algún momento, aunque corto, en que existen todos. Si hay algún otro acontecimiento que sea simultáneo de todos estos, agreguémoslo al grupo; sigamos hasta construir un grupo tal que ningún acontecimiento fuera del grupo sea simultáneo con todos ellos, pero que todos los acontecimientos dentro del grupo sean simultáneos entre sí. Definamos este grupo integro como un instante de tiempo. Queda por demostrar que tienen las propiedades que esperábamos de un instante.

¿Qué propiedades esperábamos de los instantes? En primer lugar, deben formar una sucesión: de dos cualesquiera,

uno debe estar antes que el otro, y el otro no debe estar antes que el primero; si uno está antes que otro, y el otro antes que un tercero, el primero debe estar antes que el tercero. En segundo lugar, cada acontecimiento debe existir en un cierto número de instantes; dos acontecimientos son simultáneos si existen en el mismo instante, y uno es anterior al otro si hay un instante en el que uno existe, anterior al instante en el que el otro existe. En tercer lugar, si suponemos que hay siempre alguna alteración que continúa en alguna parte durante el tiempo en el que cualquier acontecimiento dado persiste, la sucesión de instantes deberá ser densa, es decir, dados dos instantes cualesquiera, deberá haber otros instantes entre ellos. ¿Los instantes, tal como los hemos definido, tienen estas propiedades?

Diremos que un acontecimiento existe "en" un instante cuando es miembro de un grupo por el que el instante está constituido; y diremos que un instante está antes que otro si el grupo en que consiste este instante contiene un acontecimiento que sea anterior pero no simultáneo con algún acontecimiento en el grupo que constituye el otro instante. Cuando un acontecimiento es anterior, pero no simultáneo, a otro, diremos que "precede enteramente" al otro. Ahora bien, sabemos que de dos acontecimientos que pertenecen a una experiencia pero no son simultáneos, deberá haber uno que precede enteramente al otro, y en este caso el otro no puede también preceder enteramente al primero; también sabemos que, si un acontecimiento precede enteramente a otro, y el otro precede enteramente a un tercero, entonces el primero precede enteramente al tercero. A partir de estos hechos, es fácil deducir que los instantes tal como los hemos definido, forman una sucesión.

Debemos demostrar a continuación que cada acontecimiento existe "por lo menos" un instante, es decir, que, dado un acontecimiento, hay por lo menos una clase, la que empleamos en definir los instantes, de la que es miembro. Para este propósito, consideremos todos los acontecimientos que son simultáneos con un acontecimiento dado, y que no comiencen más tarde, es decir que no existan totalmente después de ninguno simultáneo con él. Llamaremos a éstos los "contemporáneos iniciales del acontecimiento dado". Se hallará que esta clase de acontecimientos es el primer instante en el que el acontecimiento dado existe, a menos que cada acontecimiento totalmente posterior de algún contem-

poráneo del acontecimiento dado sea totalmente posterior a algún contemporáneo *inicial* de él.

Finalmente, la sucesión de instantes será compacta si, dados dos acontecimientos cualesquiera de los que uno precede enteramente al otro, hay acontecimientos enteramente posteriores al primero y simultáneos con alguno totalmente anterior al otro. Si esto es así o no, es una cuestión empírica; pero si no es así, no hay razón para esperar que las series temporales sean densas [18].

De este modo nuestra definición de instantes asegura todo lo que la matemática exige, sin tener que suponer la existencia de ninguna entidad metafísica discutible.

Con respecto a la densidad en el tiempo de una experiencia, hay que hacer las mismas observaciones que en el caso del espacio. Los acontecimientos que experimentamos no tienen sólo una duración finita, sino una duración que no puede ir por debajo de cierto mínimo; por lo tanto, sólo se adaptarán a una sucesión *densa* si, o bien introducimos acontecimientos enteramente fuera de nuestra experiencia, o bien suponemos que los acontecimientos experimentados tienen partes que no experimentamos, o bien postulamos que podemos experimentar un número infinito de acontecimientos al mismo tiempo. Aquí, otra vez, la aplicación íntegra de nuestro método lógico-matemático es sólo posible cuando llegamos al tiempo físico. Este tema será tratado otra vez hacia el final de la quinta conferencia.

Los instantes también pueden ser definidos por medio de las relaciones de contenido, exactamente como fue hecho en el caso de los puntos. Un objeto será temporalmente contenido por otro cuando es simultáneo con el otro, pero no anterior o posterior a él. Llamaremos "acontecimiento" a todo lo que encierra temporalmente o es encerrado temporalmente. Para que la relación de inclusión temporal pueda conducir a los instantes, requerimos 1) que debe ser transitiva, es decir, que si un acontecimiento incluye a otro, y el otro a un tercero, entonces el primero incluye al tercero; 2) que todo acontecimiento se incluya a sí mismo, pero si un acontecimiento encierra otro acontecimiento diferente, entonces el otro no encierre al primero; 3) que dado cualquier grupo de acontecimiento, tal que haya por lo menos un acontecimiento incluido por todos ellos, entonces haya un acontecimiento que contenga todo lo que todos ellos in-

cluyen, y él mismo esté incluido por todos ellos; 4) que haya por lo menos un acontecimiento. Para asegurar una infinita divisibilidad, requerimos también que todo acontecimiento encierre acontecimientos distintos de sí mismo. Suponiendo estas características, la inclusión temporal puede ser hecha para dar origen a una serie densa de instantes. Podemos ahora formar una "serie-de-inclusiones" de acontecimientos, eligiendo un grupo de acontecimientos tales que de dos cualesquiera haya uno que incluya al otro; esto será una "serie de inclusiones puntual" si, dada cualquier otra serie de inclusiones tal que cada miembro de nuestra primera serie incluya algún miembro de nuestra segunda, entonces cada miembro de nuestra segunda serie contiene a algún miembro de nuestra primera. Entonces un "instante" es el conjunto de todos los acontecimientos que incluye miembros de una serie de inclusiones puntual dada.

La correlación de los tiempos de diferentes mundos individuales es un asunto más difícil. Vimos, en la tercera conferencia, que los diferentes mundos privados a menudo contienen apariencias correlativas, las que el sentido común consideraría como apariencias de la misma "cosa". Cuando dos apariencias en mundos diferentes están tan correlacionadas como para pertenecer a un "estado" momentáneo de una cosa, sería natural considerarlos como simultáneos, y al mismo tiempo, de este modo, proporcionar un simple medio de correlacionar tiempos privados diferentes. Pero esto sólo puede ser considerado como una primera aproximación. Lo que llamamos un sonido será oído más pronto por las personas que están cerca de la fuente del sonido que por las personas más alejadas de ella, y lo mismo se aplica, aunque en menor grado, a la luz. De este modo dos apariencias correlacionadas en mundos diferentes, no debe necesariamente considerarse que ocurren en la misma fecha en el tiempo físico, aunque serán partes del estado momentáneo de una cosa. La correlación de tiempos privados diferentes es regulada por el deseo de asegurar los planteamientos más simples posibles de las leyes de la física, y de este modo origina problemas técnicos más bien complicados; estos problemas son tratados por la teoría de la relatividad, y muestran que es válidamente imposible construir un tiempo que abarque todo y que tenga alguna significación física.

El breve bosquejo anterior no debe ser considerado más que como tentativo y sugerente. Sólo intenta mostrar el ca-

mino por el que, dado un mundo con la clase de propiedades que los psicólogos encuentran en el mundo de los sentidos, pueda ser posible, por medio de construcciones puramente lógicas, sujetarlo al tratamiento matemático definiendo series o clases de datos sensoriales que pueden ser llamados respectivamente partículas, puntos e instantes. Si tales construcciones son posibles, entonces la física matemática es aplicable al mundo real, pese al hecho de que sus partículas, puntos e instantes no han de encontrarse entre las entidades realmente existentes.

El espacio-tiempo de la física no tiene una relación muy estrecha con el espacio y el tiempo del mundo de la experiencia personal. Todo lo que ocurre en la experiencia de una persona debe situarse, desde el punto de vista de la física, dentro del cuerpo de esa persona; esto es evidente partiendo de consideraciones de continuidad causal. Lo que ocurre cuando veo una estrella ocurre como resultado de las ondas luminosas que chocan con la retina y causan un proceso en el nervio óptico y el cerebro; por lo tanto, el acontecimiento llamado "viendo una estrella" debe estar en el cerebro. Si definimos un trozo de materia como un grupo de acontecimientos (lo que fue sugerido más arriba), la sensación de ver una estrella será uno de los acontecimientos que *están* en el cerebro del perceptor en el momento de la percepción. Así, cada acontecimiento que experimento será uno de los acontecimientos que constituyen alguna parte de mi cuerpo. El espacio de (digamos) mis percepciones visuales es sólo *correlativo* del espacio físico, más o menos aproximadamente; desde el punto de vista físico, todo lo que veo está dentro de mi cabeza. No veo objetos físicos; veo los efectos que producen en la región donde está mi cerebro. La correlación de los espacios visual y físico se hace aproximada por el hecho de que mis sensaciones visuales no se deben cada una *enteramente* a algún objeto físico, sino también en parte al medio interpuesto. Además, la relación de la sensación visual con el objeto físico es uno-muchos, no no-uno, porque nuestros sentidos son más o menos vagos: cosas que parecen diferentes bajo el microscopio pueden ser indistintas al ojo desnudo. Las inferencias provenientes de las percepciones hacia los hechos físicos dependen siempre de leyes causales, que nos permiten dar testimonio de la historia pasada; por ejemplo, si acabamos de examinar un objeto bajo el microscopio, suponemos que es todavía

muy similar a lo que entonces vimos que era, o, más bien, a lo que inferimos que era a partir de lo que luego vimos. Es a través de la historia y el testimonio, junto con las leyes causales, como llegamos al conocimiento físico que es mucho más preciso que cualquier cosa inferible de las percepciones de un momento. La historia, el testimonio y las leyes causales están dispuestas, por supuesto, en sus diferentes grados para el debate. Pero ahora no estamos considerando si la física es verdadera, sino cómo, si es verdadera, su mundo se relaciona con el de los sentidos.

Con respecto al tiempo, la relación de psicología a física es sorprendentemente simple. El tiempo de nuestra experiencia es el tiempo que resulta, en física, de tomar nuestro propio cuerpo como origen. Viendo que todos los acontecimientos en mi experiencia están, para la física, en mi cuerpo, el tiempo-intervalo entre ellos es lo que la teoría de la relatividad llama el "intervalo" (en espacio-tiempo) entre ellos. De este modo el tiempo-intervalo entre dos acontecimientos en la experiencia de una persona conserva una significación física directa en la teoría de la relatividad. Pero la fusión del espacio y el tiempo físico en el espacio-tiempo no corresponde a nada en psicología. Dos acontecimientos que son simultáneos en mi experiencia pueden estar espacialmente separados en el espacio físico, por ejemplo, cuando vemos dos estrellas al mismo tiempo. Pero en el espacio físico, estos dos acontecimientos no están separados, y en verdad suceden en el mismo lugar en el espacio-tiempo. Así, en este aspecto, la teoría de la relatividad ha complicado la relación entre percepción y física.

El problema que las consideraciones anteriores han intentado dilucidar es un problema cuya importancia y aun existencia han sido disimuladas por la infortunada separación de diferentes estudios que prevalece en todo el mundo civilizado. Los físicos, ignorantes y desdeñosos de la filosofía, se han sentido satisfechos de suponer su partícula, puntos e instantes en la práctica, mientras convienen, con irónica galantería, en que sus conceptos no reclaman validez metafísica. Los metafísicos, obsesionados por la opinión idealista de que sólo la mente es real, y la creencia parmenídea de que lo real es inmutable, repetían uno después de otro las supuestas contradicciones en las nociones de materia, espacio y tiempo, y por lo tanto naturalmente no intentaron crear una teoría defendible de las partículas, puntos e ins-

rantes. Los psicólogos, que han hecho invalorable obra para revelar la naturaleza caótica de los escuetos materiales proporcionados por las sensaciones no elaboradas, han ignorado las matemáticas y la lógica moderna, y por lo tanto se han contentado con decir que la materia, el espacio y el tiempo son "construcciones intelectuales", sin esforzarse por mostrar *en detalle cómo* puede construirlos el intelecto o qué garantiza la validez práctica que la física les muestra que poseen. Los filósofos, así esperamos, llegarán a reconocer que no pueden alcanzar ningún éxito sólido en tales problemas sin algún ligero conocimiento de la lógica, la matemática y la física; mientras tanto, por falta de estudiosos con el necesario bagaje, este problema vital permanece no experimentado y desconocido [19].

Hay, es verdad, dos autores, ambos físicos, que han hecho algo, aunque no mucho, para efectuar un reconocimiento del problema como problema que demanda estudio. Estos dos autores son Poincaré y Mach, Poincaré especialmente en su *Science and Hypothesis*, Mach especialmente en su *Analysis of Sensations*. Admirable como es su trabajo, sin embargo, ambos me parecen sufrir de un prejuicio filosófico general. Poincaré es kantiano, mientras Mach es ultraempirista; con Poincaré casi toda la parte matemática de la física es meramente convencional, mientras que con Mach la sensación como acontecimiento mental se identifica con su objeto como parte del mundo físico. A pesar de eso, ambos autores, y especialmente Mach, merecen mención por haber hecho serias contribuciones a la consideración de nuestro problema.

Cuando se define un punto o un instante como una clase de cualidades sensibles, la primera impresión producida es probablemente que se trata de una paradoja salvaje e intencionada. Ciertas consideraciones que se dan aquí, sin embargo, serán pertinentes nuevamente cuando lleguemos a la definición de número. Hay un tipo íntegro de problemas que puede resolverse por tales definiciones, y casi siempre habrá al principio un efecto de paradoja. Dado un grupo de de la clase llamada "simétrica y transitiva", es casi cierto que llegaremos a considerar que tienen todos alguna cualidad común, o que tienen todos la misma relación con algún objeto fuera del grupo. Esta especie de caso es importante, y, por lo tanto, trataré de esclarecerla aun a costa de alguna repetición de definiciones previas.

Se dice que una relación es "simétrica" cuando, si un término tiene esta relación con otro, el otro también tiene esta relación con el primero. Así "hermano o hermana" es una relación "simétrica": si una persona es hermano o hermana de otra, entonces la otra es hermano o hermana del primero. La simultaneidad, asimismo, es una relación simétrica; también lo es la igualdad en el tamaño. Se dice que una relación es "transitiva" cuando, si un término tiene esta relación con otro, y el otro con un tercero, entonces el primero lo tiene con el tercero. Las relaciones simétricas mencionadas hasta ahora son también transitivas, a menos que, en el caso de "hermano o hermana", admitamos que una persona sea contada como su propio hermano o hermana, y a menos que, en el caso de simultaneidad, queramos decir simultaneidad completa, es decir, empezar y terminar juntos.

Pero muchas relaciones son transitivas sin ser simétricas: por ejemplo tales relaciones como "más grande", "más temprano", "a la derecha de", "antepasado de", en realidad todas las relaciones que dan origen a series. Otras relaciones son simétricas sin ser transitivas: por ejemplo, la diferencia en cualquier respecto. Si A es de una edad diferente a B, y B de una edad diferente a C, no se sigue que A es de una edad diferente de C. La simultaneidad, asimismo, en el caso de acontecimientos que duran un tiempo finito, no ha de ser necesariamente transitiva si sólo significa que los tiempos de los dos acontecimientos se superponen. Si A termina inmediatamente después que B ha comenzado, y B termina exactamente después que C ha comenzado, A y B serán simultáneos en este sentido, y también lo serán B y C, pero A y C bien pueden no ser simultáneos.

Todas las relaciones que naturalmente pueden ser representadas como igualdad en cualquier respecto, o como posesión de una propiedad común, son transitivas y simétricas. Esto se aplica, por ejemplo, a relaciones tales como ser de la misma altura o peso o color. Debido al hecho de que la posesión de una propiedad común da origen a una relación simétrica transitiva, llegamos a imaginar que donde quiera que tal relación tenga lugar ha de ser debido a una propiedad común. "Ser igualmente numerosas", es una relación simétrica transitiva de dos conjuntos; de aquí que imaginamos que ambos tienen una propiedad común, llamada su número. "Existir en un instante dado" (en el sentido

en que definimos instantes) es una relación transitiva simétrica; en consecuencia, llegamos a pensar que realmente hay un instante que confiere una propiedad común a todas las cosas existentes en ese instante. "Ser estados de una cosa dada" es una relación transitiva simétrica; por tanto acabamos por imaginar que realmente hay una cosa, distinta de la serie de estados, que explica la relación simétrica transitiva. En todos los casos dichos, la categoría de términos que tienen la relación transitiva simétrica dada a un término dado cumplirá todos los requisitos formales de una propiedad común de todos los miembros de la clase. Puesto que ciertamente existe la clase, mientras cualquier otra propiedad común puede ser ilusoria, es prudente, para impedir suposiciones innecesarias, sustituir la clase por la propiedad común que sería ordinariamente supuesta. Esta es la razón para las definiciones que hemos adoptado, y esta es la fuente de las aparentes paradojas. Ningún mal se hace si tales propiedades comunes existen como supone el lenguaje, puesto que no las negamos, sino que sólo nos abstenemos de aseverarlas. Pero si no hay tales propiedades comunes en ningún caso dado, entonces nuestro método nos ha preservado del error. En ausencia de un conocimiento especial, por lo tanto, el método que hemos adoptado es el único digno de confianza, y que impide el riesgo de introducir entidades metafísicas ficticias.

# QUINTA CONFERENCIA

## LA TEORIA DE LA CONTINUIDAD

La teoría de la continuidad, de la que nos ocuparemos en la presente conferencia, es, en la mayoría de sus perfeccionamientos y desarrollo, un tema puramente matemático; muy hermoso, muy importante y muy encantador, pero, estrictamente hablando, no es una parte de la filosofía. Sólo la base lógica de la teoría pertenece a la filosofía y únicamente ella nos ocupará esta noche. La vía por la que el problema de la continuidad ingresa en la filosofía es, hablando en forma general, la que sigue: los matemáticos tratan el espacio y el tiempo como si constaran de puntos e instantes; pero también tiene una propiedad, más fácil de sentir que de definir, que llamamos continuidad, y muchos filósofos piensan que la continuidad se destruye cuando el espacio y el tiempo se reducen a puntos e instantes. Zenón, como veremos, demuestra que ese análisis en puntos e instantes es imposible si nos adherimos a la opinión de que el número de puntos o instantes en un espacio o tiempo finitos debe ser finito. Los filósofos posteriores, al creer que el número infinito era contradictorio consigo mismo, habían hallado aquí una antinomia: espacios y tiempos no podrían constar de un número *finito* de puntos e instantes, por las mismas razones que las de Zenón no podrían constar de un número *infinito* de puntos e instantes porque se suponía que los números infinitos eran contradictorios consigo mismos. Por lo tanto, los espacios y los tiempos, si eran en efecto reales, no debían ser considerados como compuestos de puntos e instantes.

Pero aun cuando los puntos y los instantes, como entidades independientes, sean descartados, como lo fueron por la teoría defendida en nuestra última conferencia, los pro-

blemas de continuidad, como trataré de demostrarlo ahora, permanecen en una forma prácticamente inmutable. Por lo tanto, para comenzar, admitamos puntos e instantes, y consideremos los problemas en relación con esta hipótesis más simple o por lo menos más familiar.

El argumento contra la continuidad, en tanto que descansa sobre supuestas dificultades de números infinitos, ha sido adaptado por la teoría positivista del infinito, que será examinada en la séptima conferencia. Pero allí persiste un sentimiento —de la índole del que condujo a Zenón al argumento de que la flecha en su vuelo está en reposo— que sugiere que los puntos y los instantes, aunque sean infinitamente numerosos, sólo pueden dar un movimiento por saltos, una sucesión de inmovilidades distintas, no las suaves transiciones con las que los sentidos nos han familiarizado. Este sentimiento es debido, creo, al fracaso para comprender imaginativamente, así como en abstracto, la naturaleza de las series continuas como aparecen en matemáticas. Cuando una teoría ha sido aprehendida lógicamente, hay a menudo una labor larga y seria requerida todavía para *sentirla:* es necesario divulgarla, sacar de la mente, una por una, las sugestiones mal encaminadas de las teorías falsas pero más familiares, para adquirir la índole de intimidad que, en el caso de un lenguaje extranjero, nos permitiría pensar y soñar en él, no meramente construir laboriosas oraciones con la ayuda de la gramática y el diccionario. Es, creo, la ausencia de esta clase de intimidad lo que hace que muchos filósofos consideren la doctrina matemática de la continuidad como una explicación inadecuada en la continuidad que experimentamos en el mundo sensible.

En la presente conferencia, trataré primero de esbozar lo que es la teoría matemática de la continuidad en sus esencias filosóficamente importantes. Para comenzar, la aplicación al espacio y al tiempo reales no estará en debate. No veo ninguna razón para suponer que los puntos y los instantes que los matemáticos introducen al tratar el espacio y el tiempo son entidades reales existentes físicamente, pero veo razón para suponer que la continuidad del espacio y el tiempo reales pueda ser más o menos análoga a la continuidad matemática. La teoría de la continuidad matemática es una teoría lógica abstracta, que no depende para su validez de ninguna propiedad del espacio y el tiempo reales. Lo que ella reclama es que, una vez comprendida, ciertas

características de espacio y tiempo, previamente muy difíciles de analizar, ya no presenten ninguna dificultad lógica. Lo que sabemos empíricamente sobre el espacio y el tiempo es insuficiente para capacitarnos para decidir entre varias alternativas matemáticas posibles, pero estas alternativas son todas completamente inteligibles y completamente adecuadas a los hechos observados. Por el momento, sin embargo, será mejor olvidar el espacio, el tiempo y la continuidad del cambio sensible, para volver a estos temas equipados con las armas proporcionadas por la teoría abstracta de la continuidad.

La continuidad, en matemáticas, es una propiedad sólo posible a una sucesión de elementos, es decir, a elementos dispuestos en un orden, de tal modo que podemos decir de dos cualesquiera, que uno viene *antes* que el otro. Los números en orden de magnitudes, los puntos sobre una línea de izquierda a derecha, los momentos de tiempo de más temprano a más tarde, son ejemplos de sucesiones. La noción de orden, que aquí se introduce, no es requerida en la teoría de los números cardinales. Es posible saber que dos conjuntos tienen el mismo número de términos, sin conocer el orden en el que deben tomarse. Tenemos un ejemplo de esto en un caso tal como los maridos ingleses y las esposas inglesas: podemos ver que debe haber el mismo número de maridos que de esposas, sin tener que disponerlos en una sucesión. Pero la continuidad, que vamos a considerar, es esencialmente una propiedad de un orden: no pertenece a un grupo de elementos en sí mismos, sino sólo a un conjunto de cierto orden. Un conjunto de elementos que pueden estar dispuestos en un orden pueden estar colocados en otros órdenes, y un grupo de elementos que pueden estar también siempre colocados en un orden continuo pueden siempre estar distribuidos en órdenes que no son continuos. Así, la esencia de la continuidad no debe ser buscada en la naturaleza del grupo de elementos, sino en la naturaleza de sus colocaciones en una sucesión.

Los matemáticos han distinguido diferentes grados de continuidad, y han limitado la palabra "continuo", para propósitos técnicos, a sucesiones que tengan un cierto grado elevado de continuidad. Pero, para los propósitos filosóficos, todo lo que es importante en la continuidad es introducido por el más bajo grado de continuidad, lo que es llamado "densidad". Una sucesión es llamada "densa" cuando no

hay dos elementos consecutivos, sino que entre dos cualesquiera hay otros. Uno de los más simples ejemplos de una sucesión densa es la sucesión de fracciones en orden de magnitud. Dadas dos fracciones cualesquiera, aunque estén muy juntas, hay otras fracciones más grandes que una y más pequeñas que la otra, y por lo tanto no hay dos fracciones consecutivas. No hay fracción, por ejemplo, que esté inmediatamente después de $\frac{1}{2}$: si elegimos alguna fracción que sea muy poco más grande que $\frac{1}{2}$, digamos $\frac{51}{100}$, podemos encontrar otras, tal como $\frac{101}{200}$, que está más cerca de $\frac{1}{2}$. De este modo, entre dos fracciones cualesquiera, por muy poco que ellas difieran, hay un infinito número de otras fracciones. El espacio y el tiempo matemáticos, también tienen sus propiedades de densidad, aunque si el espacio y el tiempo reales la tienen, es una cuestión adicional, que depende de la evidencia empírica y probablemente incapaz de ser respondida con certeza.

En el caso de los entes abstractos tales como fracciones, quizá no es muy difícil darse cuenta de la posibilidad lógica de que formen un conjunto denso. Las dificultades que podrían sentirse son las del infinito, porque en una serie densa el número de los términos entre cualesquiera de dos términos dados debe ser infinito. Pero cuando se han salvado estas dificultades, la mera densidad en sí misma no ofrece gran obstáculo a la imaginación. En casos más concretos, sin embargo, tales como el movimiento, la densidad se convierte en mucho más incompatible con nuestros hábitos mentales. Por lo tanto, será preferible considerar explícitamente las explicaciones matemáticas del movimiento, con el propósito de hacer sentir su posibilidad lógica. La explicación matemática del movimiento será quizá artificialmente simplificada cuando se considera que sólo describe lo que realmente ocurre en el mundo físico; pero lo que realmente ocurre debe ser capaz, por una cierta cantidad de elaboración lógica, de ser llevado dentro de la perspectiva de la explicación matemática, y debe, en su análisis, originar exactamente problemas tales como los originados en su forma más simple por esta explicación. Por lo tanto, descuidando por el momento la cuestión de su adecuación física, dediquémonos meramente a la consideración de su posibilidad como un planteamiento formal de la naturaleza del movimiento.

Para simplicar nuestro problema tanto como sea posible,

imaginemos un minúsculo punto luminoso moviéndose a lo largo de una regla graduada. ¿Qué queremos expresar al decir que el movimiento es continuo? No es necesario para nuestro propósito considerar la totalidad de lo que el matemático da a entender con este enunciado: sólo parte de lo que se propone es filosóficamente importante. Una parte de lo que quiere decir es que, si consideramos dos posiciones cualesquiera del punto luminoso ocupadas en dos instantes cualesquiera, habrá otras posiciones intermedias ocupadas en instantes intermedios. Por muy cercanas que tomemos las dos posiciones, el punto luminoso no saltará súbitamente de la una a la otra, sino que pasará en el camino a través de un infinito número de posiciones. Cada distancia, aunque pequeña, es recorrida pasando a través de toda la serie infinita de posiciones entre los dos términos de la distancia.

Pero, en este punto, la imaginación sugiere que podemos describir la continuidad del movimiento diciendo que el punto luminoso siempre pasa de una posición en un instante a *la próxima* posición en *el* instante *próximo*. Tan pronto como decimos esto o lo imaginamos, caemos en el error, porque no hay punto *próximo* ni instante *próximo*. Si los hubiera, encontraríamos las paradojas de Zenón, en alguna forma, inevitables, como aparecerá en nuestra próxima conferencia. Una simple paradoja puede servir como ilustración. Si nuestro punto luminoso está en movimiento a lo largo de la regla graduada durante la totalidad de cierto tiempo, no puede estar en el mismo punto en dos instantes consecutivos. Pero no puede, de un instante al próximo, ir más allá que de un punto al próximo, porque si lo hiciera, no habría instante en el que estuviera en las posiciones intermedias entre aquella del primer instante y aquella del próximo, y estaríamos de acuerdo con que la continuidad del movimiento excluye la posibilidad de tales saltos súbitos. Se sigue que nuestro punto luminoso debe, en tanto se mueva, pasar de un punto en un instante al próximo punto en el próximo instante. De este modo habrá exactamente una velocidad perfectamente definida con la que todos los movimientos deben realizarse: ningún movimiento puede ser ni más rápido que éste, ni más lento. Puesto que esta conclusión es falsa, debemos rechazar la hipótesis sobre la que está basada, a saber, que hay puntos e instantes consecutivos [20]. En consecuencia, no se debe suponer que la continuidad del movimiento consiste en el movimiento de un

cuerpo que ocupa posiciones consecutivas en momentos consecutivos.

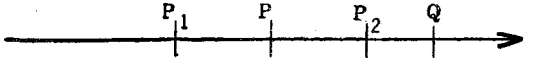
La dificultad para la imaginación está principalmente, creo, en eliminar la sugestión de distancias y tiempos infinitesimales. Supongamos que dividimos una distancia dada, y luego dividimos la mitad, y así sucesivamente, podemos continuar el proceso tanto como queramos, y, cuanto más lo continuemos, más pequeñas serán las distancias resultantes. Esta divisibilidad infinita parece, a primera vista, implicar que hay distancias infinitesimales, es decir, distancias tan pequeñas que cualquier fracción finita de una pulgada será más grande. Esto, sin embargo, es un error. La continua bisección de nuestra distancia, aunque nos dé continuamente distancias más pequeñas, nos da siempre distancias *finitas*. Si nuestra distancia original era una pulgada, alcanzamos sucesivamente media pulgada, un cuarto de pulgada, un octavo, un dieciseisavo y así sucesivamente; pero cada distancia de esta sucesión infinita de distancias decrecientes es finita. "Pero", puede objetarse, *"al final* la distancia se volverá infinitesimal". No, porque no hay final. El proceso de bisección puede, teóricamente, continuar para siempre, sin que ningún término final sea alcanzado. De este modo, la divisibilidad infinita de las distancias, que debe ser admitida, no implica que haya distancias tan pequeñas que cualquier distancia finita sea más grande.

Es fácil, en esta clase de problema, caer en un error de lógica elemental. Dada cualquier distancia finita, podemos hallar distancias menores; esto puede ser expresado en la forma ambigua "hay una distancia más pequeña que cualquier distancia finita". Pero si esto se interpreta como que quiere decir "hay una distancia tal que, cualquiera sea la distancia finita que pueda ser elegida, la distancia en cuestión es más pequeña", entonces el planteamiento es falso. El lenguaje común está mal adaptado para expresar materias de esta índole, y los filósofos que han estado dependiendo de él, frecuentemente se han desviado.

En un movimiento continuo, entonces, diremos que en cada instante dado el cuerpo móvil ocupa cierta posición, y en otros instantes ocupa otras posiciones; el intervalo entre dos instantes cualesquiera y entre dos posiciones cualesquiera, es siempre finito, pero la continuidad del movimiento se muestra en el hecho de que, por muy cercanos que tomemos las dos posiciones y los dos instantes, hay un

número infinito de posiciones todavía más cercanas, que están ocupadas en instantes que también están aún más juntos. El cuerpo móvil nunca salta de una posición a otra, sino que siempre pasa por una transición gradual a través de un número infinito de intermediarios. En un instante dado, está donde está, como la flecha de Zenón [21]; pero no podemos decir que está en reposo en ese instante, puesto que el instante no dura un tiempo finito, y no hay un comienzo y un fin del instante con un intervalo entre ellos. El reposo consiste en estar en la misma posición en todos los instantes a lo largo de un cierto período finito, aunque corto; no consiste simplemente en un cuerpo que está donde está en un instante dado. La totalidad de esta teoría, como es obvio, depende de la naturaleza del conjunto denso, y exige, para su total comprensión, que el conjunto denso se haya convertido en familiar y fácil para la imaginación tanto como para el pensamiento deliberativo.

Lo que se requiere puede ser expresado en lenguaje matemático diciendo que la posición de un cuerpo móvil debe ser una función continua del tiempo. Para definir con exactitud lo que esto quiere decir, procedemos como sigue: Consideremos una partícula que, en el momento $t$, está




en el punto P. Elijamos ahora cualquier porción pequeña $P_1 P_2$ de la trayectoria de la partícula, siendo esta porción una que contenga P. Decimos entonces que, si el movimiento de la partícula es continuo en el tiempo $t$, debe ser posible encontrar dos instantes $t_1$, $t_2$, uno anterior a $t$ y otro posterior, tal que a lo largo de la totalidad del tiempo desde $t_1$ a $t_2$, (ambos incluidos), la partícula se ubica entre $P_1$ y $P_2$. Y decimos que esto aún debe darse por muy pequeña que hagamos la porción $P_1 P_2$. Cuando es así, decimos que el movimiento es continuo en el tiempo $t$; y cuando el movimiento es continuo en todos los tiempos, decimos que el movimiento como un todo es continuo. Es obvio que si la partícula fuera a saltar súbitamente de P a algún otro punto Q, nuestra definición fallaría para todos los intervalos $P_1 P_2$ que fueran demasiado pequeños para incluir a Q. En consecuencia, nuestra definición proporciona un análisis de la continui-

dad del movimiento, mientras admitamos puntos e instantes y neguemos distancias en el espacio o períodos en el tiempo, infinitesimales.

Los filósofos, en su mayor parte en el desconocimiento del análisis matemático, han adoptado otros y más heroicos métodos de tratar las dificultades *prima facie* del movimiento continuo. Bergson proporciona un ejemplo típico y reciente de teorías filosóficas del movimiento; sus opiniones sobre este asunto las he examinado en otra parte [22].

Fuera de los argumentos precisos, hay ciertos sentimientos, más bien que razones, que cierran el paso a una aceptación de la explicación matemática del movimiento. Para comenzar, si un cuerpo se está moviendo con rapidez, *vemos* su movimiento exactamente como vemos su color. Un movimiento *lento*, como el de la manecilla horaria de un reloj, se conoce sólo en la forma en que los matemáticos nos enseñarían a esperar, o sea, por la observación de un cambio de posición después de un lapso; pero, cuando observamos el movimiento del minutero, no vemos meramente primero una posición y luego otra, vemos algo tan directamente sensible como el color. ¿Qué es este algo que vemos, y que llamamos movimiento visible? Sea lo que fuere, *no* es la sucesiva ocupación de sucesivas posiciones: algo más allá de la teoría matemática del movimiento se requiere para explicarlo. Los oponentes de la teoría matemática acentúan este hecho. "Vuestra teoría" dicen, "puede ser muy lógica, y podrá aplicarse admirablemente a algún otro mundo; pero en este mundo real, los movimientos reales son completamente diferentes de lo que vuestra teoría declararía que son, y requiere, por lo tanto, alguna filosofía diferente de la vuestra para su explicación adecuada."

No quisiera menospreciar la objeción así presentada, pero creo que puede ser totalmente respondida sin apartarse de los métodos y la perspectiva que ha conducido a la teoría matemática del movimiento. Por lo tanto, tratemos primero de formular la objeción en forma más cabal.

Si la teoría matemática es adecuada, nada sucede cuando un cuerpo se mueve excepto que está en lugares diferentes en tiempos diferentes. Pero en este sentido la manecilla horaria y el segundero están igualmente en movimiento, sin embargo en el segundero hay algo perceptible a nuestros sentidos que está ausente en la horaria. Podemos ver, a cada momento, que el segundero *se está moviendo*, lo que es dis-

tinto de verlo primero en un lugar y luego en otro. Esto parece incluir que lo vemos simultáneamente en varios lugares, aunque debe también incluir que vemos que está en alguno de estos lugares antes que en otros. Si, por ejemplo, muevo mi mano rápidamente de izquierda a derecha, a ustedes les parece ver la totalidad del movimiento de una sola vez, pese al hecho de que ustedes saben que comienza a la izquierda y termina a la derecha. Esta clase de consideración, creo, es lo que conduce a Bergson y a muchos otros a juzgar un movimiento como un todo realmente indivisible, no la serie de estados separados que imagina el matemático.

Para esta objeción hay tres respuestas suplementarias: la fisiológica, la psicológica y la lógica. Las consideraremos sucesivamente.

1) La respuesta fisiológica muestra meramente que, si el mundo físico es lo que supone el matemático, su apariencia sensible puede, a pesar de eso, esperar ser lo que es. De este modo, el propósito de esta respuesta es modestamente mostrar que la explicación matemática no es imposible si se aplica al mundo físico; ni siquiera intenta mostrar que esta explicación es necesaria, o que una explicación análoga se aplica en psicología.

Cuando algún nervio es estimulado, a fin de causar una sensación, la sensación no cesa instantáneamente con la cesación del estímulo, sino que desaparece gradualmente en un breve tiempo finito. Un destello de luz, breve como es a nuestra vista, es más breve aún como fenómeno físico: continuamos viéndolo por unos pocos momentos después que las ondas luminosas han cesado de impresionar el ojo. De este modo, en el caso de un movimiento físico, si es suficientemente rápido, veremos realmente en un instante el cuerpo móvil a lo largo de una porción finita de su recorrido, y no sólo en el sitio exacto donde está en aquel instante. Las sensaciones, sin embargo, así que se desvanecen, se debilitan gradualmente; de este modo, la sensación debida a un estímulo que ha pasado hace poco, no es exactamente como la sensación debida a un estímulo presente. Se sigue de esto que, cuando vemos un movimiento rápido, veremos no sólo un número de posiciones del cuerpo móvil simultáneamente, sino que las veremos con diferentes grados de intensidad: la posición presente más vívidamente, y las otras con vivacidad decreciente, hasta que la sensa-

ción se desvanece en la memoria inmediata. Este estado de cosas explica por completo la percepción del movimiento. Un movimiento es *percibido*, no meramente *inferido*, cuando es suficientemente rápido como para que muchas posiciones sean percibidas al mismo tiempo; y la percepción anterior y la posterior de un movimiento se distinguen por la menor y mayor fuerza de las sensaciones.

Esta respuesta muestra que la fisiología puede explicar nuestra percepción del movimiento. Pero la fisiología, hablando de estímulos y órganos sensoriales y movimiento físico distinto del objeto inmediato de los sentidos, está suponiendo la verdad de la física, y de este modo sólo es capaz de mostrar que la explicación física es posible, no de mostrar que es *necesaria*. Esta consideración nos lleva a la respuesta psicológica.

(2) La respuesta psicológica a nuestra dificultad sobre el movimiento, es parte de una vasta teoría, todavía no concluida, y sólo capaz, por el momento, de ser vagamente esbozada. Hemos considerado esta teoría en las conferencias tercera y cuarta; por el momento bastará un simple esquema de su aplicación a nuestro problema presente. El mundo de la física, que era supuesto en la respuesta fisiológica, es evidentemente deducido a partir de lo dado en la sensación, empero, tan pronto como consideramos con seriedad lo que realmente se da en las sensaciones, lo encontramos muy diferente en apariencia, del mundo de la física. La cuestión se nos impone así: ¿Es válida la inducción de la física a partir de los sentidos? Creo que la respuesta debe ser afirmativa, por las razones que he sugerido en las conferencias tercera y cuarta; pero la respuesta no puede ser ni breve ni fácil. Consiste, hablando en general, en mostrar que, a pesar de que las partículas, los puntos y los instantes con los que la física opera, no son dados por la experiencia, y no hay mucha posibilidad que realmente sean cosas existentes, con todo, fuera de los materiales proporcionados por la sensación; junto con otros casos individuales estructuralmente similares a estos materiales, es posible hacer construcciones lógicas que tengan las propiedades matemáticas que la física señala a las partículas, puntos e instantes. Si se puede hacer esto, entonces todas las proposiciones de la física se pueden traducir, por una suerte de diccionario, en proposiciones sobre las clases de objetos que son dados en la sensación.

Aplicando estas consideraciones generales al caso del movimiento, encontramos que es necesario distinguir instantáneamente, aun dentro de la esfera de los datos inmediatos de los sentidos, o de todos modos más de acuerdo con los hechos que cualquier otro modo de ver igualmente simple, los estados de los objetos, y considerar dichos estados como formando una sucesión densa. Consideremos un cuerpo que se está moviendo con rapidez suficiente como para que su movimiento sea perceptible, y de suficiente longitud como para que su movimiento no sea abarcado enteramente en una sensación. Entonces, pese al hecho de que vemos una extensión finita del movimiento en un instante, la extensión que vemos en un instante es diferente de la que vemos en otro. De este modo se nos retrotrae, después de todo, a una sucesión de visiones momentáneas del cuerpo móvil, y esta sucesión será densa, como la anterior sucesión física de puntos. En realidad, aunque los *elementos* de la sucesión parezcan diferentes, el carácter matemático de la sucesión es invariable, y la totalidad de la teoría matemática del movimiento se aplicará a ella *verbatim*.

Cuando consideramos los datos reales de la sensación en esta conexión, es importante darse cuenta de que dos datos sensoriales pueden ser, y *deben* ser a veces, realmente diferentes cuando no podemos percibir ninguna diferencia entre ellos. Una razón antigua pero terminante para creer esto fue recalcada por Poincaré[23]. En todos los casos de datos sensoriales capaces de cambio gradual, podemos encontrar un dato sensorial imposible de distinguir de otro, y aquel otro indistinguible de un tercero, mientras que el primero y el tercero son completamente fáciles de distinguir. Supongamos, por ejemplo, que una persona con los ojos cerrados está sosteniendo un peso en la mano, y alguno, sin hacer ruido, agrega un pequeño peso extra. Si el peso extra es suficientemente pequeño, no percibirá ninguna diferencia en la sensación. Después de un momento, otro pequeño peso extra puede ser agregado, y todavía no será percibido ningún cambio; pero, si ambos pesos extras hubieran sido agregados al mismo tiempo puede ser que el cambio hubiera sido percibido con absoluta facilidad. O bien, asimismo, tomemos matices de un color. Sería fácil encontrar tres materiales de tonos tan aproximadamente semejantes que ninguna diferencia pueda ser percibida entre el primero y el segundo, ni aun entre el segundo y el tercero,

mientras que el primero y el tercero son distinguibles. En tal caso, el segundo tono no puede ser el mismo que el primero, o sería distinguible del tercero; ni el mismo que el tercero, o sería distinguible del primero. Por lo tanto debe ser, aunque indistinguible de ambos, realmente intermedio entre ellos.

Tales consideraciones como las arriba citadas muestran que, aunque no podemos distinguir los datos sensoriales a menos que ellos difieran por encima de cierta cantidad, es perfectamente razonable suponer que los datos de los sentidos de una clase dada, tal como pesos y colores, realmente forman un conjunto denso. Las objeciones que pueden aportarse desde un punto de vista psicológico contra la teoría matemática del movimiento no son, por lo tanto, objeciones a esta teoría convenientemente entendida, sino sólo a una suposición completamente innecesaria de simplicidad en los objetos momentáneos de los sentidos. En el caso de un movimiento visible, podemos decir del objeto inmediato de los sentidos que a cada instante está en todas las posiciones que permanecen percibidas en aquel instante; pero este grupo de posiciones cambia continuamente de momento a momento, y está sujeto exactamente al mismo tratamiento matemático que si fuera un mero punto. Cuando afirmamos que alguna explicación matemática de los fenómenos es correcta, todo lo que originalmente afirmamos es que *algo* definible en función de los fenómenos escuetos satisface nuestra fórmula y en este sentido la teoría matemática del movimiento es aplicable a los datos de las sensaciones tan bien como a las supuestas partículas de la física abstracta.

Hay varios problemas diversos capaces de ser confundidos cuando se dice que el continuo matemático no se adecua a los hechos de los sentidos. Podemos plantearlos en orden de generalidades decrecientes, como sigue:

a) ¿Las sucesiones que poseen la continuidad matemática son lógicamente posibles?

b) Suponiendo que sean lógicamente posibles, ¿no son imposibles aplicadas a los datos sensoriales reales, porque, entre los datos sensoriales reales, no existen los elementos exteriores mutuamente fijos tal como pueden encontrarse, por ejemplo, en la sucesión de fracciones?

c) ¿La suposición de puntos e instantes hace ficticia la totalidad de la explicación matemática?

d) Finalmente, suponiendo que todas estas objeciones hayan sido respondidas, ¿hay, en el hecho empírico real, alguna razón suficiente para creer que el mundo de los sentidos no tenga solución de continuidad?

Consideremos estas preguntas a continuación.

a) La cuestión de la posibilidad lógica del continuo matemático depende en parte de los elementales conceptos falsos que examinamos al comienzo de la presente conferencia, en parte de la posibilidad del infinito matemático, que ocupará nuestras dos próximas conferencias, y en parte de la forma lógica de la respuesta a la objeción bergsoniana que planteamos hace algunos minutos. No diré más sobre este tema por el momento, puesto que es conveniente primero completar la respuesta psicológica.

b) La cuestión de si los datos sensoriales están compuestos de unidades mutuamente externas no puede resolverse por la evidencia empírica. A menudo se presenta el argumento de que, como materia de experiencia inmediata, el flujo sensible está exento de divisiones, y es falsificado por las disecciones del intelecto. Ahora bien, no deseo sostener que esta opinión sea *contraria* a la experiencia inmediata: deseo sólo afirmar que es esencialmente incapaz de ser *probada* por la experiencia inmediata. Como vimos, debe haber entre los datos sensoriales diferencias tan ligeras hasta ser imperceptibles: el hecho de que los datos sensoriales sean inmediatamente dados no significa que sus diferencias también *deban* ser inmediatamente dadas (aunque *puedan* ser). Supongamos, por ejemplo, una superficie de color en la que dicho color cambia gradualmente, tan gradualmente que la diferencia de color en dos porciones muy próximas es imperceptible, mientras la diferencia entre porciones separadas más ampliamente es perfectamente notable. El efecto producido, en tal caso, será precisamente el de "interpenetración", de transición, lo que no es asunto de unidades discretas. Y puesto que se tiende a suponer que los colores, por ser datos inmediatos, deben *aparecer* diferentes si *son* diferentes, parece desprenderse fácilmente que la "interpenetración" debe ser finalmente la explicación correcta. Pero no es esto lo que se desprende. Inconscientemente se supone, como una premisa para una *reductio ad absurdum* del modo de ver analítico, que, si A v B son datos inmediatos, y A difiere de B, entonces el he-

cho de diferir debe ser también un dato inmediato. Es difícil decir cómo se originó esta suposición, pero creo que debe estar relacionada con la confusión entre "conocimiento inmediato" y "conocimiento mediato". El conocimiento inmediato, que es lo que se deriva de los sentidos, no implica, teóricamente por lo menos, ni siquiera el más pequeño "conocimiento mediato", es decir, no implica conocimiento de ninguna proposición concerniente al objeto conocido en forma inmediata. Es un error hablar como si el conocimiento inmediato tuviera grados: hay meramente un conocimiento inmediato y un no-conocimiento inmediato. Cuando hablamos de "un mejor conocimiento inmediato", como por ejemplo con respecto a una persona, lo que queremos decir es, tener un mejor conocimiento inmediato de más partes de una cierta totalidad; pero el conocimiento inmediato de cada parte o es completo o no existe. Por lo tanto, es un error decir que si tuviéramos un perfecto conocimiento inmediato de un objeto lo conoceríamos en su totalidad. "Conocimiento mediato" es el conocimiento de las proposiciones, que no está incluido necesariamente en el conocimiento inmediato de los elementos de las proposiciones. Conocer que dos matices de color son diferentes es conocimiento mediato de ellos; en consecuencia, el conocimiento inmediato de los dos tonos no necesita de ningún modo el conocimiento mediato de que ellos son diferentes.

De lo que acabamos de decir se desprende que no puede usarse válidamente la naturaleza de los datos sensoriales para probar que no están compuestos de unidades mutuamente externas. Se puede admitir, por otro lado, que nada en su carácter empírico necesita especialmente de la opinión de que ellos están compuestos de unidades mutuamente externas. Si se sostiene esta opinión, debe ser sostenida con fundamentos lógicos, no empíricos. Creo que los fundamentos lógicos son adecuados a la conclusión. Descansan, en el fondo, sobre la imposibilidad de explicar la complejidad sin suponer elementos. Es innegable que el campo visual, por ejemplo, es complejo; y hasta donde yo abarco, hay siempre contradicción con ellas mismas en las teorías que, mientras admiten esta complejidad, intentan negar que resulta de la combinación de unidades mutuamente externas. Pero proseguir este tema nos conduciría demasiado lejos de nuestro asunto, y, por lo tanto, no diré más sobre él, por el momento.

c) A veces se alega que la explicación matemática del movimiento se convierte en ficticia por su suposición de puntos e instantes. Ahora bien, aquí hay que distinguir dos cuestiones diferentes. La cuestión del espacio y el tiempo absolutos o relativos, y la cuestión de si lo que ocupa el espacio y el tiempo debe estar compuesto de elementos que no tienen extensión ni duración. Y cada una de estas cuestiones a su turno puede tomar dos formas: α ¿la hipótesis está *de acuerdo* con los hechos y con la lógica? β ¿la *necesitan* los hechos o la lógica? Quiero responder en cada caso, sí, a la primera forma de la pregunta y no, a la segunda. Pero de todos modos la explicación matemática del movimiento no será ficticia, a condición de que se dé una correcta interpretación a los vocablos "punto" e "instante". Unas pocas palabras sobre cada alternativa servirá para aclarar esto.

Formalmente, la matemática adopta una teoría absoluta del espacio y del tiempo, es decir supone que, además de las cosas que están en el espacio y en el tiempo, hay también entidades, llamadas "puntos" e "instantes", que están ocupadas por cosas. Esta visión, sin embargo, aunque defendida por Newton, ha sido considerada mucho tiempo por los matemáticos meramente como una ficción útil. Tanto como alcanzo a ver, no hay evidencia concebible ni a favor ni en contra. Es lógicamente posible, y es compatible con los hechos. Pero los hechos son también compatibles con la negación de las entidades espaciales y temporales, además de las cosas con relaciones espaciales y temporales. En consecuencia, de conformidad con la navaja de Occam, haremos bien en abstenernos de suponer o de negar puntos e instantes. Esto significa que, en cuanto concierne al resultado práctico, adoptamos la teoría racional; porque, en la práctica, el rechazo para suponer puntos e instantes tiene el mismo efecto que la negación de ellos. Pero en estricta teoría, ambos son completamente diferentes, puesto que la negación introduce un elemento de dogma inverificable que está por completo ausente cuando nos abstenemos meramente de afirmar. Así, aunque deriváramos los puntos y los instantes de las cosas, dejaríamos abierta la simple posibilidad de que ellos también puedan tener una existencia independiente como entidades simples.

Llegamos ahora al problema de si las cosas en el espacio y en el tiempo deben ser concebidas como compuestas de

elementos sin extensión ni duración, es decir, de elementos que sólo ocupan un punto y un instante. La física, formalmente, supone en sus ecuaciones diferenciales que las cosas constan de elementos que ocupan sólo un punto a cada instante, pero que persisten durante todo el tiempo. Por las razones explicadas en la cuarta conferencia, la persistencia de las cosas a través del tiempo ha de ser considerada como el resultado formal de una construcción lógica, no como implicando necesariamente ninguna persistencia real. Los mismos motivos, en realidad, que conducen a la división de cosas en puntos-partículas deben presumiblemente conducir a su división en instantes-partículas, así que el elemento *formal* esencial de la materia en física será un punto-instante-partícula. Pero dichos objetos, así como las partículas de física, no son datos. La misma economía de hipótesis que dicta la adopción práctica de un espacio y un tiempo relativos más bien que absolutos, también dicta la adopción práctica de elementos materiales que tienen una extensión y duración finita. Puesto que, como vimos en la cuarta conferencia, puntos e instantes pueden construirse como funciones lógicas de tales elementos, la explicación matemática del movimiento, en la que una partícula pasa en forma continua a través de una sucesión continua de puntos, puede representarse en una forma que supone sólo elementos que están de acuerdo con nuestros datos reales de que tienen una extensión y una duración finitas. Por lo tanto, en lo que concierne al uso de puntos e instantes, la explicación matemática del movimiento puede ser librada de la carga del empleo de ficciones.

d) Pero debemos ahora enfrentar la cuestión: ¿Hay, en el hecho empírico real, alguna razón suficiente para creer que el mundo de los sentidos sea continuo? Aquí creo que la respuesta debe ser negativa. Podemos decir que la hipótesis de la continuidad es perfectamente compatible con los hechos y con la lógica, y que es técnicamente más simple que cualquier otra hipótesis defensible. Pero, puesto que nuestros poderes de discriminación entre objetos sensibles muy semejantes no son infinitamente precisos, es completamente imposible decidir entre teorías diferentes que sólo difieren con respecto a lo que está por debajo del margen de discriminación. Si, por ejemplo, una superficie coloreada que vemos consta de un número finito de superficies pequeñas, y si un movimiento que vemos consta, como un cine-

matógrafo, de un gran número finito de posiciones sucesivas, no habrá nada que se pueda descubrir empíricamente para demostrar que los objetos de los sentidos no son continuos. En lo que se llama continuidad *experimentada*, tal como se dice que es dada por los sentidos, hay un fuerte elemento negativo: la ausencia de la percepción de la diferencia aparece en los casos que se *piensan* para que den la percepción de la ausencia de diferencia. Cuando, por ejemplo, no podemos distinguir un color A de un color B, ni un color B de un color C, pero podemos distinguir A de C, la no-distinguibilidad es un hecho puramente negativo, a saber, que no *percibimos* una diferencia. Aun con respecto a los datos inmediatos, ésta no es razón para negar que haya una diferencia. De este modo, si vemos una superficie coloreada cuyo color cambia gradualmente, su apariencia sensible, si el cambio es continuo, no será distinguible de lo que sería si el cambio fuera por saltos finitos pequeños. Si esto es exacto como parece, se desprende que no puede haber nunca ninguna evidencia empírica para demostrar que el mundo sensible es continuo, y no un conjunto de un número finito muy grande de elementos de los que cada uno difiere de su vecino en un grado finito aunque muy pequeño. La continuidad del espacio y el tiempo, el infinito número de tonos diferentes en el espectro, y así sucesivamente, están todos en la categoría de hipótesis inverificables; perfectamente posibles desde el punto de vista lógico, perfectamente concordes con los hechos conocidos, y teóricamente más simples que cualquier otra hipótesis defensible, pero no las únicas hipótesis que son lógica y empíricamente adecuadas.

Si se construye una teoría de los instantes que exprese relación, en la que un "instante" es definido como un grupo de acontecimientos simultáneos y que ninguno sea simultáneo con otro acontecimiento fuera del grupo, entonces si nuestra sucesión resultante de instantes ha de ser densa, debe ser posible, si $x$ precede enteramente a $y$, para encontrar un acontecimiento $z$, simultáneo con parte de $x$, que preceda enteramente a algún acontecimiento que precede enteramente a $y$. Ahora bien, esto requiere que el número de acontecimientos afectados sea infinito en cualquier período finito de tiempo. Si ha de ser así en el mundo de los datos sensoriales de un hombre, y si cada dato sensorial ha de tener no menos de cierta extensión temporal finita, será ne-

cesario suponer que siempre tenemos un número infinito de datos sensoriales simultáneos con cualquier dato sensorial dado. Aplicando consideraciones semejantes al espacio, y suponiendo que los datos sensoriales han de tener no menos de una cierta extensión espacial, será necesario suponer que un número infinito de datos sensoriales se superpone espacialmente a cualquier dato sensorial dado. Esta hipótesis es posible, si suponemos un dato sensorial particular, por ejemplo con respecto a la vista, que sea una superficie finita, que encierra otras superficies que son también datos sensoriales particulares. Pero hay dificultades en dicha hipótesis, y no creo que estas dificultades puedan ser refutadas con éxito. Si no pueden ser refutadas, debemos hacer una de estas dos cosas: o declarar que el mundo de los datos sensoriales de un hombre no es continuo, o bien rehusarnos a admitir que haya algún límite más bajo que la duración y extensión de un dato sensorial individual. La última hipótesis parece indefendible, así que estamos forzados aparentemente a inferir que el espacio de los datos sensoriales no es continuo; pero eso no nos impide admitir que los datos sensoriales tienen partes que no son datos sensoriales y que el espacio de estas partes puede ser continuo. El análisis lógico que hemos estado considerando proporciona el aparato para tratar las distintas hipótesis, y la decisión empírica entre ellas es un problema para el psicólogo.

3) Ahora tenemos que considerar la respuesta *lógica* a las pretendidas dificultades de la teoría matemática del movimiento, o más bien a la teoría positivista que se presenta por otro lado. El modo de ver presentado explícitamente por Bergson, e implicado en las doctrinas de muchos filósofos, es que un movimiento es algo indivisible, no analizable válidamente en una serie de estados. Esto es parte de una doctrina mucho más general, que sostiene que el análisis siempre falsifica, porque las partes de un complejo total son diferentes, mientras están combinadas en el todo, de lo que podrían ser de otro modo. Es muy difícil plantear esta doctrina en alguna forma que tenga un significado preciso. A menudo se usan argumentos que no tienen conexión alguna con el problema. Se alega, por ejemplo, que cuando un hombre se convierte en padre, su naturaleza se altera por la nueva relación en la que se encuentra, de tal modo que él no es estrictamente idéntico al hombre que previamente no era padre. Esto puede ser verdadero, pero es un hecho cau-

sal psicológico, no un hecho lógico. La doctrina requeriría que un hombre que es padre no puede ser estrictamente idéntico al hombre que es hijo, porque está modificado en un sentido por la relación de paternidad y en otro por la de hijo. En realidad, podemos dar un enunciado preciso de la doctrina que estamos combatiendo en la forma: *No puede haber nunca dos hechos concernientes a la misma cosa.* Un hecho que concierne a una cosa siempre es o incluye una relación de una o más entidades; de este modo dos hechos que conciernen a la misma cosa incluirían dos relaciones de la misma cosa. Pero la doctrina en cuestión sostiene que una cosa es de tal modo modificada por sus relaciones que no puede ser la misma en una relación que en otra. En consecuencia, si esta doctrina es exacta, no puede haber nunca más de un hecho concerniente a cualquier cosa única. No creo que los filósofos en cuestión hayan comprendido que éste es el planteamiento preciso del modo de ver que defienden, porque en esta forma la opinión es tan contraria a la pura verdad, que su falsedad se evidencia tan pronto como es enunciada. Sin embargo, la exposición de este problema incluye tantos subtítulos lógicos, y está tan rodeada de dificultades, que no la seguiré más allá por el momento.

Tan pronto como la doctrina general anterior es desechada, se hace evidente que, donde hay cambio, debe haber una sucesión de estados. No puede haber cambio, y el movimiento es sólo un caso particular del cambio, a menos que haya algo diferente, en un momento, de lo que había en otro momento. Cambio, por lo tanto, debe incluir relaciones y complejidades, y debe exigir análisis. Mientras que nuestro análisis sólo vaya hasta otros cambios más pequeños, no será completo; si ha de ser completo, debe finalizar con términos que no sean cambios, sino que estén conectados por una relación de anterior y posterior. En el caso de cambios que aparecen continuos, tales como los movimientos, parece imposible encontrar alguno distinto al cambio mientras tratemos con períodos finitos de tiempo, aunque cortos. De este modo hemos rechazado, por las necesidades lógicas del caso, la concepción de instantes sin duración, o, de todos modos, sin una duración que pueda ser revelada ni aun por los más delicados instrumentos. Esta concepción, aunque puede parecer difícil, es realmente más fácil que cualquier otra que los hechos permiten. Es una especie de armazón lógica en la que cualquier teoría defen-

dible debe adaptarse, no necesariamente el enunciado mismo de los hechos no elaborados, sino una forma en la que los enunciados verdaderos de los hechos no elaborados puedan hacerse por una interpretación adecuada. La consideración directa de los hechos no elaborados del mundo físico ha sido intentada en conferencias anteriores; en la presente conferencia, sólo nos hemos preocupado de mostrar que nada en los hechos no elaborados es incompatible con la doctrina matemática de la continuidad, o exige continuidad de una especie radicalmente diferente de la del movimiento matemático.

# SEXTA CONFERENCIA

## EL PROBLEMA DEL INFINITO CONSIDERADO HISTORICAMENTE

Se recordará que, cuando enumeramos los motivos para poner en tela de juicio la realidad del mundo sensible, uno de los mencionados era la supuesta imposibilidad del infinito y la continuidad. En vista de nuestra anterior exposición de física, parecía que ninguna evidencia empírica *terminante* existe en favor del infinito o de la continuidad en los objetos de los sentidos o en la materia. Con todo, la explicación que supone el infinito y la continuidad sigue siendo incomparablemente más fácil y más natural, desde el punto de vista científico, que cualquiera otra, y, desde que Georg Cantor ha demostrado que las supuestas contradicciones son ilusorias, ya no hay razón para pugnar por una explicación "finitista" del mundo.

Todas las supuestas dificultades de la continuidad tienen su fuente en el hecho de que una serie continua debe tener un infinito número de términos, y son en realidad dificultades que conciernen al infinito. En consecuencia, al liberar al infinito de la contradicción, al mismo tiempo estamos mostrando la posibilidad lógica de la continuidad como se supone en la ciencia.

La forma en la que el infinito se ha empleado para desacreditar el mundo de los sentidos puede ser ilustrada por las primeras dos antinomias de Kant. En la primera, la tesis enuncia: "El mundo tiene un comienzo en el tiempo, y con respecto al espacio está encerrado dentro de límites"; la antítesis plantea: "El mundo no tiene principio y no tiene límites en el espacio, sino que es infinito con respecto al tiempo y al espacio." Kant pretende probar estas dos proposiciones, mientras que, si lo que hemos dicho sobre la lógica moderna es en algo exacto, debe ser imposible probar

ninguna de las dos. Sin embargo, para rescatar al mundo de los sentidos, basta destruir la prueba de *una* de las dos. Para nuestro propósito presente, lo que nos interesa es la prueba de que el mundo es *finito*. Aquí, el argumento de Kant con respecto al espacio descansa sobre su argumento con respecto al tiempo. Por lo tanto, necesitamos sólo examinar el argumento con respecto al tiempo. Dice lo siguiente:

"Porque supongamos que el mundo no tiene comienzo con respecto al tiempo, de suerte que ha transcurrido una eternidad hasta cada instante dado, y por lo tanto ha pasado una serie infinita de estados sucesivos de las cosas en el mundo. Pero el infinito de una serie consiste exactamente en esto, en que nunca puede ser completado por síntesis sucesivas. Por lo tanto, una infinita serie del mundo pasada es imposible, y, por consiguiente, un comienzo del mundo es una condición necesaria de su existencia; que era lo primero que queríamos demostrar."

Muchas críticas distintas podrían admitirse sobre este argumento, pero nos contentaremos con un simple mínimo. Para comenzar, es un error definir el infinito de una serie como "imposibilidad de ser completada por síntesis sucesivas". La noción de infinito, tal como la veremos en la próxima conferencia, es primariamente una propiedad de *clases*, y sólo por derivación es aplicable a series; clases infinitas son dadas todas a un mismo tiempo por la propiedad determinante de sus miembros, así que no hay problema de "completarlas" o de hacer "síntesis sucesivas". Y la palabra "síntesis", al sugerir la actividad mental de la sintetización, introduce, más o menos subrepticiamente, aquella referencia a la mente de la que toda la filosofía de Kant estaba infectada. En segundo lugar, cuando Kant dice que una serie infinita "nunca" puede ser completada por síntesis sucesivas, todo lo que tiene derecho a decir de un modo concebible, es que no puede ser completada *en un tiempo finito*. De este modo, lo que realmente prueba es, a lo más, que si el mundo no tuvo comienzo, ya debería haber existido desde un tiempo infinito. Sin embargo, ésta es una conclusión muy pobre, de ningún modo adecuada para sus propósitos. Y con este resultado podríamos, si quisiéramos, despedirnos de la primera antinomia.

Sin embargo, vale la pena considerar cómo Kant llegó a hacer tal elemental error. Lo que ocurrió en su imagina-

ción fue evidentemente algo así: Partiendo del presente, y retrocediendo en el tiempo, tenemos, si el mundo no tuvo comienzo, una serie infinita de acontecimientos. Como vemos, por la palabra "síntesis" imaginaba una mente tratando de asirlos sucesivamente, *en el orden inverso* al que habían sucedido, es decir, yendo del presente hacia atrás. *Esta* serie evidentemente no tiene fin. Pero la serie de acontecimientos hasta el presente tiene un fin, puesto que termina en el presente. Debido al inveterado subjetivismo de sus hábitos mentales, no reparó en que había invertido el sentido de la serie al sustituir la síntesis hacia atrás por los acontecimientos hacia adelante, y así supuso que era necesario identificar la serie mental, que no tiene fin, con la serie física, que tiene fin pero no comienzo. Fue este error, creo, que operando inconscientemente, lo condujo a atribuir validez a una muestra singularmente endeble de falaz razonamiento.

La segunda antinomia ilustra la dependencia del problema de la continuidad de la del infinito. La tesis establece: "Toda sustancia compleja en el mundo está compuesta de partes simples, y no existe por ningún lado nada sino lo simple o lo que está compuesto por ello." La antítesis establece: "Ninguna cosa compleja en el mundo está compuesta por partes simples, y en ningún lado del mundo existe nada simple." Aquí, como antes, las pruebas de la tesis y la antítesis están abiertas a la crítica, pero para el propósito de vindicar la física y el mundo de los sentidos es suficiente con encontrar una falacia en *una* de las pruebas. Elegiremos, para este propósito, la prueba de la antítesis, que comienza como sigue:

"Supongamos que una cosa compleja (como la sustancia) consta de partes simples. Puesto que toda relación externa, y por lo tanto toda composición fuera de las sustancias, es sólo posible en el espacio, el espacio ocupado por una cosa compleja debe constar de tantas partes como consta la cosa. Ahora bien, el espacio no está compuesto por partes simples, sino por espacios."

El resto de este argumento no necesita preocuparnos, porque el nervio de la prueba depende del enunciado: "El espacio no está compuesto por partes simples, sino por espacios." Esta es como la objeción de Bergson a "la absurda proposición de que el movimiento está formado por inmovilidades". Kant no nos dice por qué sostiene que un espacio debe constar de espacios más bien que de partes simples. La geo-

metría considera el espacio como formado por puntos, que son simples; y aunque, como hemos visto, este modo de ver no es científica ni lógicamente *necesario*, permanece *prima facie* posible, y su mera posibilidad es suficiente para viciar el argumento de Kant. Porque, si su prueba de la tesis de la antinomia fuera válida, y si la antítesis pudiera evitarse sólo suponiendo puntos, entonces la antinomia en sí misma proporcionaría una razón terminante en favor de los puntos. Pero, ¿por qué pensó Kant que era imposible que el espacio estuviera compuesto por puntos?

Creo que dos consideraciones probablemente influyeron en él. En primer lugar, lo esencial sobre el espacio es el orden espacial, y los meros puntos, por sí mismos, no explicarán el orden espacial. Es obvio que su argumento supone el espacio absoluto; pero lo importante son sólo las *relaciones* espaciales, y no pueden ser reducidas a puntos.

Este fundamento para su punto de vista depende, por lo tanto, de su ignorancia de la teoría lógica del orden y sus oscilaciones entre el espacio absoluto y el relativo. Pero hay también otra base para su opinión, que es más a propósito para nuestro tema presente. Es el fundamento derivado de la infinita divisibilidad. Un espacio puede ser dividido, y luego dividido nuevamente, y así *ad infinitum*, y en cada etapa del proceso las partes son todavía espacios, no puntos. Para alcanzar los puntos por tal método, sería necesario llegar al final de un proceso sin fin, lo que es imposible. Pero lo mismo que una clase infinita puede darse toda simultáneamente por el concepto que la define, aunque no pueda ser alcanzada por enumeración sucesiva, así un grupo infinito de puntos puede ser dado todo inmediatamente como componente de una línea, un área o un volumen, aunque nunca pueda obtenerse por el proceso de división sucesiva. De este modo, la divisibilidad infinita del espacio no proporciona razones para negar que el espacio se compone de puntos. Kant no da sus motivos para esta negación, y por lo tanto sólo podemos conjeturar cuáles eran. Pero las dos razones anteriores, que hemos visto que son falaces, parecen suficientes para explicar su opinión, y podemos, por lo tanto, inferir que la antítesis de la segunda antinomia no está probada.

La anterior ilustración de las antinomias de Kant sólo ha sido presentada para mostrar la pertinencia del problema del infinito al problema de la realidad de los objetos de los

sentidos. En lo que resta de la presente conferencia, deseo plantear y explicar el problema del infinito, mostrar cómo se originó y demostrar la inaplicabilidad de todas las soluciones propuestas por los filósofos. En la conferencia siguiente, trataré de explicar la solución exacta, que ha sido descubierta por los matemáticos, pero no obstante pertenece esencialmente a la filosofía. La solución es definitiva, en el sentido de que satisface por entero y convence a todo el que la estudia cuidadosamente. Durante más de dos mil años el problema desconcertó al intelecto humano; sus muchos fracasos y su éxito final hacen a este problema peculiarmente apto para la ilustración de este método.

El problema parece, primero, haber tenido origen de algún modo semejante al siguiente [24]. Pitágoras y sus discípulos, que estaban interesados, como Descartes, en la aplicación del número a la geometría, adoptaron en esa ciencia más métodos artiméticos que los métodos con los que Euclides nos ha familiarizado. Ellos, o sus contemporáneos los atomistas, creían, aparentemente, que el espacio está compuesto de puntos indivisibles, mientras el tiempo está compuesto de instantes indivisibles [25]. Esta creencia, por sí misma, no hubiera generado las dificultades con que ellos tropezaron, pero presumiblemente estaba acompañada de otra creencia, que el número de puntos en cualquier área finita o de instantes en cualquier período finito, debe ser finito. No supongo que esta última creencia fuera consciente, porque probablemente ninguna otra posibilidad surgió en su imaginación. Pero no obstante, la creencia actuaba, y muy pronto los llevó al conflicto con los hechos que ellos mismos descubrían. Sin embargo, antes de aclarar cómo ocurrió esto, es necesario decir una palabra de explicación de la frase "número finito". La explicación *exacta* es materia de nuestra próxima conferencia; por el momento, baste decir que quiero expresar 0 y 1 y 2 y 3 y así sucesivamente, para siempre; en otras palabras, cualquier número que pueda obtenerse por sucesivas adiciones de números unos. Esto incluye todos los números que pueden ser expresados por medio de nuestros numerales naturales, y puesto que tales números pueden ser aumentados más y más, sin alcanzar nunca un máximo insuperable, es fácil suponer que no hay otros números. Pero esta suposición, pese a ser natural, es errónea.

Es una cuestión discutible si los mismos pitagóricos creían

que el espacio y el tiempo estaban compuestos de puntos e instantes indivisibles[26]. Parecería que la distinción entre espacio y materia no estaba todavía claramente hecha, y que, por lo tanto, cuando se expresa un modo de ver atomista es difícil determinar si son las partículas de materia o los puntos del espacio lo que se tiene en el pensamiento. Hay un pasaje interesante[27] en la *Física*[28] de Aristóteles, donde dice:

"Los pitagóricos también afirmaban la existencia del vacío y decían que penetraba desde el hálito ilimitado hasta el cielo mismo, a causa de que el cielo respira también el vacío; y que el vacío diferencia las naturalezas, como si fuera una suerte de separación de cosas consecutivas y su diferenciación; y que esto también es lo primero en los números, porque es el vacío que los diferencia."

Esto parece denotar que consideraban la materia como compuesta por átomos con espacio vacío entre ellos. Pero si es así, deben haber pensado que el espacio podía ser estudiado con sólo prestar atención a los átomos, porque de otro modo sería difícil explicar sus métodos artiméticos en geometría, o sus planteamientos de que "las cosas son números".

La dificultad que trababa a los pitagóricos en sus intentos de aplicar los números, se originaba a raíz de su descubrimiento de los inconmensurables, y esto, a su vez, se originó como sigue: Pitágoras, como todos aprendimos en nuestra juventud, descubrió la proposición de que la suma de los cuadrados de los lados de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa. Se dice que sacrificó un toro cuando descubrió este teorema; si es así, el toro fue el primer mártir de la ciencia. Pero se vio pronto que el teorema, aunque haya permanecido como su principal título a la inmortalidad, tenía una consecuencia fatal para la totalidad de su filosofía. Consideremos el caso de un triángulo rectángulo cuyos dos lados son iguales, un triángulo tal como el formado por dos lados de un cuadrado y una diagonal. Aquí, en virtud del teorema, el cuadrado de la diagonal es duplo del cuadrado de cada uno de los lados. Pero Pitágoras o sus discípulos cercanos probaron fácilmente que el cuadrado de un número entero no puede ser el duplo del cuadrado de otro[29]. De este modo, la longitud del lado y la longitud de la diagonal son inconmensurables; es decir, por muy pequeña que sea la unidad de longitud que tomemos, si está contenida en número exacto de veces en el

lado, no está contenida ningún número exacto de veces en la diagonal, y *viceversa.*

Ahora, bien, este hecho podía haber sido asimilado por algunas filosofías con gran dificultad, pero para la filosofía de Pitágoras era absolutamente fatal. Pitágoras sostenía que el número es la esencia constitutiva de todas las cosas, empero, dos números no podían expresar la razón del lado de un cuadrado con la diagonal. Parece probable que podamos desarrollar la dificultad sin apartarnos de su pensamiento, suponiendo que Pitágoras consideraba la longitud de una línea como determinada por el número de átomos contenidos en ella: una línea de dos pulgadas de largo, contendría dos veces tantos átomos como una línea de una pulgada de largo, y así sucesivamente. Pero si esto fuera exacto, entonces debería haber una razón numérica definida entre cualesquiera dos longitudes finitas, porque se suponía que el número de átomos de cada una, aunque grande, debía ser finito. Aquí había una contradicción insoluble. Se ha dicho que los pitagóricos resolvieron guardar la existencia de los inconmensurables en un profundo secreto, revelado sólo a unos pocos de los jefes supremos de la secta; y hasta se dice que uno de ellos, Hippasos de Metapontion, había sido arrojado al mar por revelar impíamente el terrible descubrimiento de sus enemigos. Debe recordarse que Pitágoras era el fundador de una nueva religión tanto como el maestro de una nueva ciencia: si la ciencia llegaba a ser dudosa, los discípulos podían caer en el pecado, y quizás aun comer habas, lo que, de acuerdo con Pitágoras, es tan malo como comerse los huesos de los propios padres.

El problema originado en primer lugar por el descubrimiento de los inconmensurables demostró ser, a medida que transcurrió el tiempo, uno de los problemas más severos y al mismo tiempo de mayor alcance que había afrontado la inteligencia humana en sus esfuerzos para comprender el mundo. Mostró inmediatamente que la medición numérica de longitudes, si había de hacerse con exactitud, requería una matemática más avanzada y más difícil que cualquiera de las que los antiguos poseían. Por lo tanto, emprendieron el trabajo de reconstruir la geometría sobre una base que no supusiera la posibilidad universal de la medición numérica; una reconstrucción que, como puede verse en Euclides, efectuaron con extraordinaria pericia y con gran agudeza lógica. Los modernos, bajo la influencia de la geo-

metría cartesiana, han afirmado de nuevo la posibilidad universal de la medición numérica, ampliando la aritmética, en parte para aquel propósito, hasta incluir los llamados números "irracionales", que dan las razones de las longitudes inconmensurables. Pero aunque los números irracionales han sido usados mucho tiempo sin escrúpulos, sólo en los años muy recientes se han dado las definiciones lógicamente satisfactorias. Con estas definiciones, la forma primera y más evidente de la dificultad que afrontaron los pitagóricos ha sido resuelta; pero falta considerar otras formas de la dificultad, y son éstas las que nos introducen en el problema del infinito en su forma pura.

Vimos que, si se acepta el punto de vista de que una longitud está compuesta de puntos, la existencia de inconmensurables prueba que toda longitud finita debe contener un número infinito de puntos. En otras palabras, si tuviéramos que eliminar uno por uno los puntos, nunca los eliminaríamos todos, por mucho tiempo que continuáramos el proceso. Por lo tanto, el número de puntos no puede ser *contado* porque contar es un proceso que enumera cosas una por una. La propiedad de no poder ser contado es característica de los conjuntos infinitos, y es una fuente de muchas de las cualidades paradójicas. Estas cualidades son tan paradójicas, que hasta nuestros propios días se pensaba que constituían contradicciones lógicas. Una larga línea de filósofos, desde Zenón [30] hasta Bergson, han basado gran parte de sus metafísicas en la supuesta imposibilidad de los conjuntos infinitos. Hablando en forma general, las dificultades fueron planteadas por Zenón, y nada sustancial se agregó hasta que llegamos a la *Paradoxien des Unendlichen*, de Bolzano, una pequeña obra escrita en 1847-1848, y publicada en forma póstuma en 1851. Los esfuerzos intermedios para tratar el problema son fútiles e insignificantes. La solución definitiva de las dificultades se debe, no a Bolzano, sino a Georg Cantor, cuyo trabajo sobre este tema apareció por primera vez en 1882.

Para comprender a Zenón, y para hacerse cargo de cuán poco la metafísica moderna ortodoxa ha agregado a los logros de los griegos, debemos considerar por un momento a su maestro Parménides, bajo cuyo influjo se crearon las paradojas [31]. Parménides expuso sus opiniones en un poema dividido en dos partes, llamadas "el camino de la verdad" y "el camino de la opinión", como las "Apariencia"

y "Realidad" del señor Bradley, excepto que Parménides nos habla primero de la realidad y luego de la apariencia. "El camino de la opinión", en su filosofía, es, hablando en general, pitagoreanismo; comienza con una admonición: "Aquí cerraré mi discurso y mi pensamiento dignos de fe acerca de la verdad. En adelante, aprended las opiniones de los mortales, prestando oídos al orden ilusorio de mis palabras."

Lo anterior ha sido revelado por una diosa, que le dijo lo que realmente *es*. La realidad, le dijo, es increada, indestructible, inmutable, indivisible; es "inmóvil en los límites de las vigorosas cadenas, sin comienzo y sin fin; puesto que llegar a ser y desaparecer han sido arrojados a gran distancia, y la creencia verdadera los ha desechado". El principio fundamental de su investigación está enunciado en una frase que no estaría fuera de lugar en Hegel [32]: "No puedes saber lo que no es —esto es imposible— ni descubrirlo; porque es la misma cosa poder ser pensado y poder ser." Y nuevamente: "Necesariamente debe ser que aquello que puede ser pensado y hablado sea; porque es posible para él ser, y no es posible para lo que no es nada, ser." La imposibilidad del cambio se desprende de este principio; porque se puede hablar de lo pasado, y, por lo tanto, según el principio, todavía es.

La gran concepción de una realidad más allá de las ilusiones transitorias de los sentidos, una realidad única, indivisible e inmutable, era de este modo introducida en la filosofía occidental por Parménides, parecería que no por razones místicas o religiosas, sino sobre la base de un argumento lógico, referido a la imposibilidad del no ser. Todos los grandes sistemas metafísicos, principalmente los de Platón, Spinoza y Hegel, son el resultado de esta idea fundamental. Es difícil desenmarañar la verdad y el error de esta opinión. El argumento de que el tiempo es irreal y de que el mundo de los sentidos es ilusorio, creo que debe ser considerado como basado en razonamientos falaces. Con todo, hay algún sentido, más fácil de sentir que de enunciar, en el que el tiempo es una característica sin importancia y superficial de la realidad. Debe admitirse que pasado y futuro son tan reales como el presente, y es esencial al pensamiento filosófico una cierta emancipación de la esclavitud del tiempo. La importancia del tiempo es más bien práctica que teórica, más bien en relación con nuestros deseos que en relación

a la verdad. Una imagen más exacta del mundo, creo, se obtiene imaginando que las cosas entran en la corriente del tiempo desde un mundo eterno exterior más que desde una perspectiva que considera el tiempo como el tirano que devora todo lo que existe. Tanto con el pensamiento como con el sentimiento, debe comprenderse que la falta de importancia del tiempo es la puerta de la sabiduría. Pero la falta de importancia no es falta de realidad; y por lo tanto lo que tendremos que decir de los argumentos de Zenón en apoyo de Parménides debe ser principalmente crítico.

La relación entre Zenón y Parménides es explicada por Platón[38] en el diálogo en el que Sócrates, joven, aprende la agudeza lógica y el filosófico desinterés extraídos de su dialéctica. Cito de la traducción de Jowett:

"Sócrates. — Veo, Parménides, que entre Zenón y tú no sólo hay el lazo de la amistad, sino el de la doctrina; porque él expone poco más o menos las mismas cosas que tú, y sólo muda los términos y se esfuerza en alucinarnos y persuadirnos de que lo que dice es diferente. Tú dices en tus poemas que todo es uno, y aduces en su apoyo bellas y excelentes pruebas; él dice que la pluralidad no existe, y da también de ello numerosas y sólidas pruebas. De manera que diciendo el uno que todo es uno, y el otro que nada es múltiple, aparentáis decir cosas diferentes, cuando en el fondo son las mismas, y con eso creéis alucinarnos.

"Zenón. — Muy bien, Sócrates, pero aún no has comprendido mi libro en toda su verdad. Semejante a los perros de Laconia, sigues perfectamente la pista de mi discurso. Sin embargo, se te ha escapado un punto principal, y es que mi libro no tiene tan altas pretensiones; y que escribiendo lo que tú supones que he tenido en mi espíritu, no ha sido mi intención el ocultarlo a las miradas de los hombres, como si realizase una gran empresa. Pero hay otro punto que has visto con toda claridad. Es perfectamente verdadero que este escrito ha sido compuesto para apoyar a Parménides contra los que intentaban ponerlo en ridículo, diciendo que si todo es uno, resultan de aquí mil consecuencias absurdas y contradictorias. Mi libro es una réplica a la acusación de los partidarios de la pluralidad. Les devuelvo sus argumentos, y en mayor número; como que el objeto de mi libro es demostrar que la hipótesis de la pluralidad es mucho más ridícula que la de la unidad, para quien ve con claridad las cosas."

Los cuatro argumentos de Zenón contra el movimiento se propusieron exhibir las contradicciones que resultan de suponer que existe algo llamado cambio, y así defender la doctrina de Parménides de que la realidad es inmutable [34]. Infortunadamente, sólo sabemos sus argumentos a través de Aristóteles [35] que los planteó para refutarlos. Los filósofos actuales cuyas doctrinas han sido planteadas por sus oponentes, se darán cuenta de que una presentación justa o adecuada de la posición de Zenón, difícilmente se puede esperar de Aristóteles; pero, por medio de una cuidadosa interpretación, parece posible reconstruir los llamados "sofismas" que han sido "refutados" por todo novato desde aquellos días hasta hoy.

Los argumentos de Zenón parecen ser *ad hominem;* es decir, parecen suponer premisas aceptadas por sus oponentes, y demostrar que, aceptando estas premisas, es posible deducir consecuencias que sus oponentes deben negar. Para decidir si son argumentos válidos o "sofismas", es necesario conjeturar la premisa tácita, y decidir quién era el *homo* al que estaban dedicados. Algunos afirman que eran dirigidos a los pitagóricos [36], mientras otros han sostenido que estaban destinados a refutar a los atomistas [37]. M. Evellin, por el contrario, sostiene que ellos constituyen una refutación de la divisibilidad infinita [38], mientras N. G. Noël, bajo la influencia de Hegel, afirma que el primero de los argumentos refuta la divisibilidad infinita, mientras que los dos siguientes refutan los indivisibles [39]. Entre tal aturdidora variedad de interpretaciones, por lo menos no podemos quejarnos de ninguna restricción de nuestra libertad de elección.

Los problemas históricos suscitados por las exposiciones arriba mencionadas son, a no dudar, en gran manera insolubles, debido al escasísimo material a partir del que se deriva nuestra evidencia. Los puntos que parecen totalmente claros son los siguientes: 1) Que, pese a los señores Milhaud y Paul Tannery, Zenón se empeña en demostrar que el movimiento es realmente imposible, y que desea probar esto porque sigue a Parménides al negar la pluralidad [40]; 2) que los argumentos tercero y cuarto proceden de la hipótesis de los indivisibles, una hipótesis que, sea que hubiera sido adoptada por los pitagóricos o no, ciertamente fue muy defendida, como puede verse en el tratado *Sobre las líneas indivisibles,* atribuido a Aristóteles. Con respecto a los dos primeros argumentos, parecerían ser válidos de acuerdo con la

hipótesis de los indivisibles, y también, sin esta hipótesis, parecerían válidos si las contradicciones tradicionales en los números infinitos fueran insolubles, lo que no ocurre.

Podemos concluir, por lo tanto, que la polémica de Zenón se dirige contra la opinión de que el espacio y el tiempo están formados de puntos e instantes; y que comparada con la opinión de que una extensión finita de espacio de tiempo consta de un número finito de puntos e instantes, sus argumentos no son sofismas, sino que son perfectamente válidos.

La conclusión que Zenón nos quiere poner de manifiesto, es que la pluralidad es un engaño, y que el espacio y el tiempo son realmente indivisibles. La otra conclusión que es posible, a saber, que el número de puntos e instantes es infinito, no era defendible en tanto que el infinito estuviera infectado de contradicciones. En un fragmento que no es uno de los cuatro famosos argumentos contra el movimiento, Zenón dice:

"Si las cosas son una pluralidad, deben ser exactamente tantas como son, ni más ni menos. Ahora bien, si son tantas como son, serán finitas en número.

"Si las cosas son una pluralidad, serán infinitas en número; porque siempre habrá otras cosas entre ellas, y nuevamente otras cosas entre éstas. Y, por lo tanto, las cosas son infinitas en número." [41]

Este argumento intenta probar que, si hay muchas cosas, el número de ellas debe ser al mismo tiempo finito, lo que es imposible; en consecuencia debemos concluir que hay sólo una cosa. Pero el punto débil en el argumento es la frase: "Si ellas son exactamente tantas como son, serán finitas en número." Esta frase no es muy clara, pero es evidente que supone la imposibilidad de infinitos números definidos. Sin esta suposición, que ahora se sabe que es falsa, los argumentos de Zenón, aunque bastan (sobre ciertas suposiciones muy razonables) para disipar la hipótesis de los indivisibles finitos, no bastan para probar que el movimiento, el cambio y la pluralidad son imposibles. Sin embargo, no son, desde ningún punto de vista, meras argucias tontas: son argumentos serios, que suscitaron dificultades que ha tomado dos mil años responder, y que aún ahora son fatales para las enseñanzas de la mayoría de los filósofos.

El primero de los argumentos de Zenón es el argumento de la carrera, que es parafraseado por Burnet como sigue [42]:

"Tú no puedes llegar al final de una carrera. No puedes recorrer un número infinito de puntos en un tiempo finito. Debes recorrer la mitad de cualquier distancia dada antes de recorrer el total, y la mitad de esa, nuevamente antes de poder recorrerla. Esto se continúa *ad infinitum*, de modo que hay infinito número de puntos en cualquier espacio dado, y no puedes tocar infinito número uno por uno en un tiempo finito." [43]

Zenón recurre aquí, en primer lugar, al hecho de que cualquier distancia, aunque pequeña, puede ser dividida. A partir de esto se desprende, claro está, que debe haber un número infinito de puntos en una línea. Pero Aristóteles lo representa como alegando que no se puede alcanzar un número infinito de puntos *uno por uno* en un tiempo finito. Las palabras "uno por uno" son importantes. 1) Si todos los puntos alcanzados son interesados, entonces, aunque se pase a través de ellos continuamente, no se los toca "uno por uno". Es decir, después de alcanzar uno, no hay otro que se alcance inmediatamente después: no hay dos puntos que estén próximos uno al otro, sino que entre dos cualesquiera hay siempre un número infinito de otros puntos, que no pueden ser enumerados uno por uno. 2) Si, por otro lado, sólo los puntos medios sucesivos obtenidos por dividir siempre lo que queda del recorrido son interesados, entonces los puntos son alcanzados uno por uno, y, aunque son infinitos en número, son en realidad todos alcanzados en un tiempo finito. Se puede suponer que su argumento en contrario recurre al modo de ver de que un tiempo finito debe consistir en un número finito de instantes, en cuyo caso lo que dice sería perfectamente exacto sobre la suposición de que la posibilidad de la dicotomía continuada es innegable. Si, por otra parte, suponemos que el argumento está dirigido contra los partidarios de la divisibilidad infinita, debemos suponer que procede como sigue [44]. "Los puntos dados por sucesivas divisiones de las distancias todavía por recorrer son infinitos en número, y son alcanzados en sucesión, siendo cada uno alcanzado un tiempo finito más tarde que su predecesor; pero la suma de un número infinito de tiempos finitos debe ser finita, y por lo tanto el proceso nunca se completará." Es muy posible que ésta sea, históricamente, la interpretación correcta, pero en esta forma el argumento es nulo. Si la mitad del recorrido toma medio minuto, y el próximo cuarto toma un cuarto de minuto, y

así sucesivamente, el recorrido íntegro tomará un minuto. La aparente fuerza del argumento, bajo esta interpretación, está únicamente en la suposición errónea de que no puede haber nada entre medio de la totalidad de una serie infinita, lo que puede verse que es falso observando que 1 está más allá de la totalidad de la serie infinita, $^1/_2$, $^3/_4$, $^7/_8$, $^{15}/_{16}$, ...

El segundo de los argumentos de Zenón es el que trata de Aquiles y la tortuga, que ha alcanzado más notoriedad que los otros. Es parafraseado por Burnet como sigue [45]:

"Aquiles nunca alcanzará a la tortuga. Primero debe alcanzar el lugar del que la tortuga partió. En ese momento, la tortuga habrá avanzado algo. Aquiles debe entonces compensar esto, y nuevamente la tortuga estará más adelante. El siempre se está acercando, pero nunca se equipara a ella." [46]

Este argumento es esencialmente el mismo que el expuesto previamente. Muestra que, si Aquiles alguna vez alcanza a la tortuga, debe ser después de que ha transcurrido un infinito número de instantes desde que partió. En realidad, esto es exacto; pero la opinión de que un infinito número de instantes constituyen un tiempo infinitamente largo no es exacta y, por lo tanto, no se desprende la conclusión de que Aquiles nunca alcanzará a la tortuga.

El tercer argumento [47], el de la flecha, es muy interesante. El texto ha sido puesto en duda. Burnet acepta las alteraciones de Zeller, y lo parafrasea así:

"La flecha en vuelo está en reposo. Porque, si todo está en reposo cuando ella ocupa un espacio igual a sí misma, y lo que está en vuelo en cada momento dado siempre ocupa un espacio igual a sí mismo, no puede moverse."

Pero, de acuerdo con Prantl, la traducción literal del texto, sin enmiendas del enunciado del argumento hecho por Aristóteles, es como sigue: "Si todo, cuando está comportándose de una manera uniforme, está continuamente o moviéndose o en reposo, pero lo que se está moviendo está siempre en el *ahora*, entonces la flecha en movimiento está inmóvil." Esta forma del argumento revela su fuerza más claramente que la paráfrasis de Burnet.

Aquí, si no en los dos primeros argumentos, parece estar supuesta la opinión de que una parte finita de tiempo está formada por una serie finita de instantes sucesivos; sea como fuere, la plausibilidad del argumento parece depender de

la suposición de que hay instantes consecutivos. Durante un instante, se dice, un cuerpo en movimiento está donde está: no puede moverse durante el instante, porque eso requeriría que el instante tuviera partes. Por lo tanto, supongamos que consideramos un período compuesto de mil instantes, y supongamos que la flecha está en vuelo durante este período. En cada uno de los mil instantes, la flecha está donde está, aunque en el próximo instante está en algún otro lugar. No está nunca en movimiento, pero, de algún modo milagroso, el cambio de posición tiene que ocurrir *entre* los instantes, es decir, no en cualquier tiempo que sea. Esto es lo que Bergson llama la representación cinematográfica de la realidad. Cuanto más se medita la dificultad, más real se vuelve. La solución se encuentra en la teoría de las series continuas: encontramos difícil evitar la suposición de que, cuando la flecha está en vuelo, hay una *próxima* posición ocupada en un momento *próximo*; pero, en realidad, no hay próxima posición ni próximo momento, e, inmediatamente que la imaginación tiene esto en cuenta, se ve que la dificultad desaparece.

El cuarto y último de los argumentos de Zenón es[48] el argumento del estadio.

El argumento, tal como está planteado por Burnet, es como sigue:

| Primera Posición | Segunda Posición |
|---|---|
| A .... | A .... |
| B .... | B .... |
| C .... | C .... |

"La mitad de un tiempo puede ser igual al duplo de ese tiempo. Supongamos tres filas de cuerpos, una de las cuales (A) está en reposo, mientras las otras dos (B,C) se están moviendo con igual velocidad en direcciones opuestas. Mientras están todas en la misma parte del recorrido, B habrá pasado dos veces más a los cuerpos de C como de A. Por lo tanto el tiempo que toma en pasar C es dos veces más largo que el tiempo que toma en pasar A. Pero el tiempo que B y C toman para alcanzar la posición de A es el mismo. Por lo tanto el doble de un tiempo es igual a la mitad."

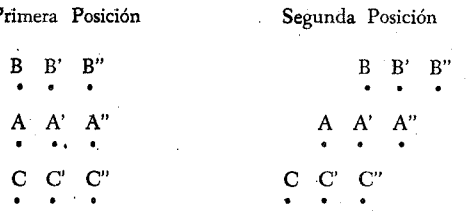
Gaye[49] consagró un interesante artículo a la interpre-

tación de este argumento. Su traducción del planteo de Aristóteles es como sigue:

"El cuarto argumento es el relativo a dos filas de cuerpos, cada fila está compuesta de un número igual de cuerpos de igual tamaño, pasándose mutuamente en una carrera mientras avanzan con igual velocidad en opuestas direcciones, la fila que ocupaba originalmente el espacio entre la meta y el punto medio del recorrido, y la otra que ocupaba el espacio entre el punto medio y el punto de partida. Esto, piensa, incluye la conclusión de que la mitad de un tiempo dado es igual al doble. La falacia del razonamiento está en la suposición, que es falsa, de que un cuerpo ocupa un tiempo igual al pasar con igual velocidad un cuerpo que está en movimiento y un cuerpo de igual tamaño que está en reposo. Por ejemplo (así reza el argumento), sean AA... los cuerpos fijos de igual tamaño, BB... los cuerpos, igual en número y en tamaño a AA..., que originalmente ocupan la mitad del recorrido desde el punto de partida al medio de los A, y CC... aquellos que ocupan originalmente la otra mitad desde la meta al medio de los A, igual en número tamaño y velocidad, a BB... Entonces se siguen tres consecuencias. Primero, en el momento en que los de la fila B y los de la C se pasan unos a otros, el primer B alcanza el último C en el mismo momento en el que el primer C alcanza el último B. En segundo lugar, en este momento el primer C ha pasado a todos los de la fila A, mientras que el primer B ha pasado sólo la mitad de los de la A y consecuentemente ha ocupado sólo la mitad del tiempo ocupado por el primer C, puesto que cada uno de los dos ocupa un tiempo igual en pasar cada A. En tercer lugar, en el mismo momento todos los de la fila B han pasado a todos los de la C: porque el primer C y el primer B alcanzarán simultáneamente los finales opuestos del recorrido, puesto que (así dice Zenón) el tiempo ocupado por el primer C en pasar cada uno de los de la B es igual al ocupado por él en pasar cada uno de los de la A, porque un tiempo igual es ocupado por el primer B y el primer C en pasar a todos los de la A. Este es el argumento: pero presupone la suposición falaz antedicha."

Este argumento no es muy fácil de seguir, y es sólo válido en comparación con la suposición de que un tiempo finito está formado de un número finito de instantes. Podemos replantearlo con diferente lenguaje. Supongamos tres

sargentos instructores, A, A' y A", parados en fila, mientras dos filas de soldados en marcha los pasan en direcciones opuestas. En el primer momento consideramos: los tres hom-




bres B, B' y B" en una fila, y los tres hombres C, C' y C" en otra fila, están respectivamente opuestos a A' y A". En el momento inmediatamente siguiente, cada fila ha avanzado, y ahora B y C" están opuestos a A'. Así B y C" están opuestos uno al otro. Entonces, ¿cuándo B pasó a C'? Debe haber sido en algún momento entre los dos momentos que suponemos consecutivos, y, por lo tanto, los dos momentos no pueden haber sido realmente consecutivos. Se sigue que debe haber otros momentos entre dos momentos dados cualesquiera, y por lo tanto que debe haber un infinito número de momentos en cualquier intervalo dado de tiempo.

La dificultad anterior, de que B debe haber pasado a C' en algún tiempo entre dos momentos consecutivos, es una dificultad genuina, pero no es precisamente la dificultad suscitada por Zenón. Lo que Zenón pretendía probar es que "la mitad de un tiempo dado es igual al doble de ese tiempo". La explicación más inteligible del argumento que conozco es la de Gaye[50]. Sin embargo, puesto que su explicación no es fácil de exponer brevemente, replantearé lo que me parece ser la esencia lógica del argumento de Zenón. Si suponemos que el tiempo está formado por una serie de instantes consecutivos, y que el movimiento consiste en pasar a través de una serie de puntos consecutivos, entonces el movimiento más rápido posible es el que, en cada instante, está en un punto consecutivo al que estaba en el instante previo. Cualquier movimiento más lento debe ser uno que tenga intervalos de reposo mezclados, y cualquier movimiento más rápido debe omitir enteramente algunos puntos. Todo esto es evidente partiendo del hecho de que no

podemos tener más que un acontecimiento para cada instante. Pero ahora, en el caso de nuestras filas de A, de B y de C, B se opone a un A reciente a cada instante, y, por lo tanto, el número de los A pasados da el número de instantes desde el comienzo del movimiento. Pero durante el movimiento B ha pasado dos veces más de los de C, y, sin embargo, no puede haber pasado más que uno a cada instante. De aquí que el número de instantes desde que el movimiento comenzó es dos veces el número de los A pasados, aunque previamente hallamos que era igual a este número. La conclusión de Zenón se desprende de este resultado.

Los argumentos de Zenón, en alguna forma, han suministrado los fundamentos para casi todas las teorías del espacio, del tiempo y del infinito construidas desde sus días hasta los nuestros. Hemos visto que todos su argumentos son válidos (con ciertas hipótesis razonables) si se supone que los espacios y los tiempos finitos constan de un número finito de puntos y de instantes, y que el tercero y el cuarto, en realidad, procedieron casi con certeza de esta suposición, mientras que el primero y el segundo, que fueron quizá destinados a refutar la suposición contraria, en este caso han sido falaces. Por lo tanto podemos librarnos de sus paradojas sosteniendo que aunque el espacio y el tiempo están compuestos de puntos y de instantes, el número de ellos en cualquier intervalo finito es infinito; o bien negando por completo que el espacio y el tiempo estén compuestos de puntos e instantes; o, por último, negando del todo la realidad del espacio y del tiempo. Parecería que el mismo Zenón, como defensor de Parménides, extrajo la última de estas tres deducciones posibles, con respecto al tiempo. Gran número de filósofos lo han seguido en esto. Muchos otros, como Bergson, han preferido negar que el espacio y el tiempo están compuestos de puntos e instantes. Cualquiera de estas soluciones encontrará las dificultades en la forma en la que Zenón las suscitó. Pero, como vimos, las dificultades también pueden encontrarse si se admiten los números infinitos. Y, en terrenos independientes del espacio y el tiempo, los números infinitos y las series en las que no haya dos términos consecutivos, deben, en todo caso, ser admitidos. Consideremos, por ejemplo, todas las fracciones menores a 1, colocadas en orden de magnitudes. Entre dos cualesquiera de ellas, hay otras, por ejemplo, el punto medio

aritmético de dos. De este modo, no hay fracciones consecutivas, y el número total de ellas es infinito. Se hallará que mucho de lo que Zenón dice con respecto a la serie de puntos sobre una línea puede ser igualmente bien aplicado a la serie de fracciones. Y no podemos negar que hay fracciones, de tal modo que dos de los medios anteriores para librarnos están cerrados para nosotros. Se sigue que, si hemos de resolver todas las dificultades que se derivan de las de Zenón por analogía, debemos descubrir alguna teoría defendible de los números infinitos. Entonces, ¿cuáles son las dificultades que, hasta los últimos treinta años, llevaban a los filósofos a la creencia de que los números infinitos son imposibles?

Las dificultades del infinito son de dos clases, de las que la primera puede ser llamada falsa, mientras la otra incluye, para su solución, una cierta cantidad de pensamientos nuevos y no del todo fáciles. Las dificultades falsas, son las sugeridas por la etimología, y las sugeridas por la confusión del infinito matemático con lo que los filósofos, impertinentemente, llaman el "verdadero" infinito. Etimológicamente, "infinito" significaría "que no tiene fin". Pero, en la realidad, algunas series infinitas tienen fin, algunas no lo tienen; mientras que algunos conjuntos son infinitos sin ser seriales, y pueden, por lo tanto, no ser considerados propiamente ni sin fin ni con fin. La serie de instantes a partir de alguno anterior hasta alguno posterior (incluidos ambos) es infinita, pero tiene dos puntos finales; la serie de instantes desde el comienzo del tiempo al momento presente tiene fin, pero es infinita. Kant, en su primera antinomia, parece sostener que es más difícil para el pasado ser infinito que para el futuro, sobre la base de que el pasado es ahora completo, y que nada infinito puede ser completo. Es muy difícil ver cómo pudo imaginar que esta observación tenía algún sentido; pero parece lo más probable que pensaba en el infinito como lo "no-terminado". Es extraño que no viera que el futuro también tiene un fin en el presente, precisamente en un mismo nivel con el pasado. Su consideración de ambos como diferentes a este respecto ilustra exactamente esta clase de esclavitud con respecto al tiempo que, como convinimos al hablar de Parménides, el verdadero filósofo debe aprender a dejar detrás de sí.

Las confusiones introducidas en las nociones de los filósofos por el llamado "verdadero" infinito son curiosas.

Aunque ven que esta noción no es la misma que el infinito matemático, quieren creer que es la noción que los matemáticos tratan vanamente de alcanzar. Por lo tanto, comunican a los matemáticos, bondadosa pero firmemente, que están equivocados al adherirse al "falso" infinito, puesto que evidentemente el "verdadero" infinito es una noción totalmente inaplicable al problema del infinito matemático, con el que tiene sólo una analogía caprichosa y verbal. Tan remota es, que no me propongo confundir el tema de discusión ni siquiera mencionando lo que es el "verdadero" infinito. Es el "falso" infinito el que nos interesa ahora, y hemos de mostrar que el epíteto "falso" es inmerecido.

Hay, sin embargo, ciertas verdaderas dificultades en comprender el infinito, ciertos hábitos de mente derivados de la consideración de los números finitos, y fácilmente proyectados a los números infinitos bajo la noción errónea de que representan necesidades lógicas. Por ejemplo, cada número al que estamos habituados, excepto 0, tiene otro número inmediatamente anterior, del que resulta agregándole 1; pero el primer número infinito no tiene esta propiedad. Los números anteriores a él forman una serie infinita, que contiene todos los números finitos ordinarios, no teniendo máximo, ni último número finito, después del que un pequeño paso nos sumergiría en el infinito. Si se supone que el primer número infinito se alcanza por una sucesión de pequeños pasos, es fácil mostrar que esto es contradictorio consigo mismo. El primer número infinito está, en realidad, más allá de la serie total sin fin de números finitos. "Pero", se podrá decir, "no puede haber nada más allá de la totalidad de una serie entera sin fin." Esto, podemos señalar, es el verdadero principio sobre el que Zenón confía en sus argumentos de la carrera y de Aquiles. Tomemos la carrera: existe el momento en que el corredor todavía tiene la mitad de su distancia para recorrer, luego el momento en que tiene un cuarto, luego cuando todavía tiene un octavo, y así sucesivamente en una serie estrictamente sin fin. Más allá de la totalidad de esta serie está el momento en que alcanza la meta. De este modo puede haber, ciertamente, algo más allá de la totalidad de la serie sin fin. Pero falta mostrar que es sólo este hecho lo que podría haberse esperado.

La dificultad, como la mayoría de las más inciertas difi-

cultades que rodean al infinito matemático, es derivada, creo, de la operación más o menos inconsciente de la idea de *contar*. Si ustedes emprenden la tarea de contar los elementos de un conjunto infinito, nunca completarán la labor. De este modo, en el caso del corredor, si la mitad, los tres cuartos, los siete octavos, y así sucesivamente, del recorrido estuvieran señalados, y al corredor no se le permitiera pasar ninguna de las marcas hasta que el árbitro dijera: "Ahora", entonces la conclusión de Zenón sería verdadera en la práctica, y nunca alcanzaría la meta.

Pero no es esencial para la existencia de un conjunto, o siquiera para el conocimiento y el razonamiento concernientes a él, que seamos capaces de pasar revista a sus elementos uno por uno. Puede verse esto en el caso de conjuntos finitos; podemos hablar de "humanidad" o "raza humana", aunque no conocemos personalmente a muchos de los individuos en este conjunto. Podemos hacer esto porque sabemos de varias características que cada individuo tiene si pertenece al conjunto, y no tiene si no pertenece. Y exactamente lo mismo sucede en el caso de conjuntos infinitos: pueden ser conocidos por sus características aunque sus elementos no puedan ser enumerados. En este sentido, una serie sin fin puede formar, no obstante, una totalidad, y puede haber nuevos elementos más allá de la totalidad de ella.

Algunas peculiaridades puramente aritméticas de números infinitos han causado también perplejidad. Por ejemplo, un número infinito no aumenta al agregarle uno, o al duplicarlo. A muchos les ha parecido que tales peculiaridades contradicen la lógica, pero en realidad sólo contradicen hábitos mentales inveterados. La total dificultad del tema está en la necesidad de pensar de un modo que no nos es familiar, y en darse cuenta de que muchas propiedades que pensamos inherentes al número, son en realidad peculiares a los números finitos. Si se recuerda esto, no se hallará tan difícil la teoría positiva del infinito, que ocupará la próxima conferencia, como lo es para los que se adhieren obstinadamente a los prejuicios inculcados por la aritmética aprendida en la niñez.

# SEPTIMA CONFERENCIA

## LA TEORIA POSITIVA DEL INFINITO

La teoría positiva del infinito, y la teoría general del número a la que ha dado origen, están entre los triunfos del método científico en filosofía, y, por lo tanto, son especialmente adecuadas para ilustrar el carácter lógico-analítico de ese método. El trabajo en este tema ha sido hecho por matemáticos, y sus resultados pueden ser expresados en simbolismo matemático. Se puede objetar: ¿por qué entonces el tema debe ser considerado como filosofía más bien que como matemática? Aquí se origina una difícil cuestión que concierne en parte al uso de las palabras, pero, en parte, también es de real importancia en la comprensión de la función de la filosofía. Parecería que cada tema puede dar origen a investigaciones filosóficas tanto como a la ciencia apropiada, la diferencia entre los dos tratos está en la dirección del movimiento y en la clase de verdades que se busca establecer. En las ciencias especiales, cuando han sido completamente desarrolladas, el movimiento es hacia adelante y sintético, desde lo más simple a lo más complejo. Pero en filosofía seguimos la dirección inversa: desde lo complejo y relativamente concreto marchamos hacia lo simple y abstracto por medio del análisis, buscando, en el proceso, eliminar la particularidad del tema original y limitar nuestra atención enteramente a la *forma* lógica de los hechos afectados.

Entre la filosofía y la matemática pura hay una cierta afinidad, en el hecho de que ambas son generales y *a priori*. Ninguna de ellas afirma proposiciones que dependen de los hechos reales concretos, que son exactamente lo que son, como los de la historia y la geografía. Podemos ilustrar esta característica por medio de la concepción de Leibniz de mu-

chos mundos *posibles*, de los que sólo uno es *real*. En todos los muchos mundos posibles, la filosofía y las matemáticas serán las mismas; las diferencias serán sólo con respecto a aquellos hechos particulares que son relatados por las ciencias descriptivas. Por lo tanto, toda cualidad por la que nuestro mundo real se distingue de otros mundos abstractamente posibles, debe ser ignorada por los matemáticos y filósofos por igual. Sin embargo, los matemáticos y los filósofos difieren en su manera de tratar las propiedades generales en que todos los mundos posibles coinciden; porque mientras la matemática, partiendo de proposiciones comparativamente simples, busca construir resultados más y más complejos por síntesis deductivas, la filosofía, partiendo de datos que son del conocimiento común, busca depurarlos y generaliza en los más simples enunciados de forma abstracta que se puedan obtener de ellos por análisis lógico.

La diferencia entre filosofía y matemática puede ser ilustrada por nuestro problema presente, principalmente la naturaleza del número. Ambas parten de ciertos hechos acerca de los números que son evidentes a simple vista. Pero la matemática usa estos hechos para deducir teoremas más y más complicados, mientras la filosofía busca, por el análisis, investigar las causas de estos hechos y llegar a otros, más simples, más fundamentales, y esencialmente más aptos para constituir las premisas de la ciencia de la aritmética. La pregunta: "¿Qué es un número?" es la cuestión filosófica preeminente en este tema, pero es una pregunta que el matemático, como tal, no necesita formular, a condición de que sepa lo suficiente de las propiedades de los números para que lo capacite para deducir sus teoremas. Puesto que nuestro objeto es filosófico, debemos asirnos a la pregunta del filósofo. Se encontrará que la respuesta a la pregunta: "¿Qué es un número?", que alcanzaremos en esta conferencia, da también, por deducción, la respuesta a las dificultades del infinito que consideramos en la conferencia previa.

La pregunta: "¿Qué es un número?" no fue nunca considerada, hasta tiempos bastante recientes, en la forma en que es capaz de dar una respuesta precisa. Los filósofos se contentaban con algún indefinido aforismo tal como "Número es unidad en pluralidad." Una definición típica de la índole que satisfacía a los filósofos es la siguiente, de la *Logic* de Sigwart (66, sección 3): "Todo número no es meramente una *pluralidad*, sino una pluralidad *pensada co-*

*mo algo que se mantiene reunido y próximo, hasta el punto de constituir una unidad.*" Ahora bien, hay en tales definiciones un muy elemental y craso error, de la misma especie que se cometería si dijéramos "el amarillo es una flor" porque algunas flores son amarillas. Tomemos, por ejemplo, el número 3. Un conjunto individual de tres cosas puede ser descrito concebiblemente como "una pluralidad pensada como algo que se mantiene reunido y próximo, hasta el punto de constituir una unidad"; pero un conjunto de tres cosas no es el número 3. El número 3 es algo que todos los conjuntos de tres cosas tienen en común, pero no es en sí mismo un conjunto de tres cosas. La definición, por lo tanto, aparte de cualquier otro defecto, no ha alcanzado el necesario grado de abstracción: el número 3 es algo más abstracto que cualquier conjunto de tres cosas.

Sin embargo, tales definiciones filosóficas indefinidas permanecen inoperantes a causa de su gran vaguedad. Lo que realmente tenía en la mente la mayoría de los hombres que reflexionaban sobre los números era que los números son el resultado de *contar*. "Sobre el conocimiento de la ley de contar", dice Sigwart en el comienzo de su exposición sobre el número, "descansa la posibilidad de prolongar espontáneamente la serie de números *ad infinitum*." Esta visión del número como generado por el acto de contar ha sido el principal obstáculo psicológico para la comprensión de los números infinitos. Se supone erróneamente que contar, por el hecho de ser familiar, es simple, mientras que, en realidad, es un proceso altamente complejo, que no tiene significado a menos que los números alcanzados al contar tengan alguna significación independiente del proceso por el que se llega a ellos. Y no se puede llegar en absoluto a los números infinitos de esta manera. Es el mismo error que si se definiera a las vacas como lo que puede comprarse a un comerciante de ganado. Para una persona que conoció a varios comerciantes de ganado, pero que nunca vio una vaca, pudiera parecer una definición admirable. Pero, si en sus viajes se encontró con un hato de vacas salvajes, debería declarar que de ninguna manera eran vacas, porque ningún comerciante de ganado podría venderlas. Así se declaró que los números infinitos no eran en absoluto números, porque no podían alcanzarse contando.

Es digno de ser considerado por un momento qué es realmente contar. Contamos un grupo de objetos cuando deja-

mos pasar nuestra atención de uno a otro, hasta haber prestado atención una vez a cada uno, diciendo los nombres de los números en orden, con cada acto sucesivo de atención. El último número nombrado en este proceso es el número de los objetos, y, por lo tanto, contar es un método de averiguar cuál es el número de los objetos. Pero esta operación es realmente muy complicada, y los que imaginan que es la fuente lógica del número se muestran notablemente incapaces de análisis. En primer lugar, cuando decimos "uno, dos, tres...", mientras contamos, no podemos decir que estamos averiguando el número de los objetos contados a menos que asignemos algún significado a las palabras uno, dos, tres... Un niño puede aprender a conocer estas palabras en orden, y repetirlas correctamente como las letras de un alfabeto sin atribuirles ningún significado. Tal niño podría contar correctamente desde el punto de vista de un oyente adulto, sin tener en absoluto idea de los números. La operación de contar, en realidad, sólo puede ser inteligentemente ejecutada por una persona que ya tiene alguna idea de lo que son los números; y de esto se sigue que contar no proporciona la base lógica del número.

Asimismo, ¿cómo sabemos que el último número alcanzado en el proceso de contar es el número de objetos contados? Este es exactamente uno de esos hechos que son demasiado familiares por su significado para ser tenidos en cuenta; pero aquellos que quieren ser lógicos deben adquirir el hábito de tratar tales hechos. Hay dos proposiciones incluidas en este hecho: primero, que el número de los números desde el 1 hasta cualquier número dado es ese número dado, por ejemplo, el número de los números desde 1 a 100 es cien; en segundo lugar, que si un grupo de números puede ser usado como nombre de un grupo de objetos y cada número aparece sólo una vez, entonces el número de los números usados como nombres es el mismo que el número de objetos. La primera de estas proposiciones es capaz de una prueba aritmética fácil en tanto concierne a los números finitos; pero con números infinitos, después del primero, cesa de ser exacta. La segunda proposición sigue siendo verdadera, y es, en realidad, como veremos, una consecuencia inmediata de la definición de número. Pero, debido a la falsedad de la primera proposición con respecto a los números infinitos, contar, aun si fuera prácticamente posible, no sería un método válido de descubrir el número de elementos de un con-

junto infinito y, en realidad, daría resultados diferentes de acuerdo con la manera en que fuera realizado.

Hay dos respectos en los que los números infinitos que son conocidos difieren de los números finitos: primero, los números infinitos tienen, mientras los números finitos no tienen, una propiedad que llamaré *reflexividad;* en segundo lugar, los números finitos tienen, mientras los números infinitos no tienen, una propiedad que llamaremos *inductividad.* Consideremos estas dos propiedades sucesivamente.

1) *Reflexividad.* Un número se dice que es *reflexivo* cuando no aumenta agregándole 1. Se sigue inmediatamente que cualquier número finito puede ser agregado al número reflexivo sin aumentarlo. Siempre se pensó, hasta época reciente, que esta propiedad de los números infinitos era contradictoria consigo misma; pero, a través del trabajo de Georg Cantor, se ha llegado a reconocer que, aunque al principio resulte sorprendente, no es más contradictoria consigo misma que el hecho de que las personas de las antípodas no caigan. En virtud de esta propiedad, dado cualquier conjunto infinito de objetos, cualquier número finito de objetos puede ser agregado o sacado sin aumentar ni disminuir el número del conjunto. Aun un número infinito de objetos puede, bajo ciertas condiciones, ser agregado o sacado sin alterar el número. Se puede aclarar esto con la ayuda de algunos ejemplos.

Imaginemos que todos los números naturales, 0,1,2,3... están escritos en una fila, e inmediatamente debajo de ellos

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ n\ \ldots$$
$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots\ n+1\ \ldots$$

escritos debajo de los números 1,2,3,4... de tal modo que 1 está debajo de 0, 2 debajo de 1, y así sucesivamente. Luego, cada número en la fila de arriba tiene un número directamente debajo de 1 en la fila inferior, y ningún número aparece dos veces en ninguna fila. Se desprende que el número de las dos filas debe ser el mismo. Pero todos los números que aparecen en la fila de arriba también aparecen en la de abajo, y uno más, a saber 0; de este modo, el número de elementos en la fila de arriba se obtiene agregando uno al número de la fila de abajo. Por lo tanto, mientras se supuso que un número debía ser aumentado agregándole 1,

este estado de cosas constituyó una contradicción, y condujo a la negación de que hubiera números infinitos.

El ejemplo siguiente es aún más sorprendente. Escritos los números naturales 1,2,3,4,... en la fila de arriba, y los números pares 2,4,6,8... en la fila de abajo de tal modo que debajo de cada número en la fila superior se coloca su duplo en la fila de abajo. Luego, como antes, el número de números en las dos filas es el mismo, no obstante que la segunda fila resulta de eliminar los números impares, que es un conjunto infinito, de la fila de arriba. Este ejemplo es dado por Leibniz para probar que no puede haber números infinitos. El creía en infinitos conjuntos, pero, mientras pensaba que un número debe resultar siempre incrementado cuando se le agrega y disminuido cuando se le sustrae, mantenía que los conjuntos infinitos no tienen números. "El número de todos los números", dice, "implica una contradicción, que demuestro así: Para cualquier número hay un número correspondiente igual a su duplo. Por lo tanto, el número de todos los números no es mayor que el número de los números pares, es decir el todo no es mayor que su parte." [51] Al tratar este argumento, debemos sustituir "el número de todos los números finitos" por "el número de todos los números"; entonces obtendremos exactamente la ilustración dada por nuestras dos filas, una que contiene todos los números finitos, la otra sólo los números finitos pares. Se verá que Leibniz considera como contradictorio consigo mismo mantener que la totalidad no es más grande que su parte. Pero la palabra "más grande" puede tener muchos significados; para nuestro propósito, debemos sustituirla por la frase menos ambigua "que contiene un mayor número de elementos". En este sentido, no es contradictorio para la totalidad y la parte ser iguales; es la verificación de este hecho lo que ha posibilitado la teoría moderna del infinito.

Hay una exposición interesante de la reflexividad de los totales infinitos en el primero de los Diálogos de Galileo sobre el Movimiento. Cita de una traducción publicada en 1730 [52]. Los personajes en el diálogo son Salviati, Sagredo y Simplicius, y razonan como sigue:

"*Simp.* — Aquí surge de súbito una duda, que me parece insoluble; y es que estando seguros de que existe una línea mayor que otra, si contienen ambas infinitos puntos, es fuerza confesar que se da en un mismo género, alguna cosa ma-

yor que lo infinito, porque la infinidad de los puntos de la línea mayor excederá a la infinidad de los puntos de la menor. Ahora bien, esto de darse un infinito mayor que lo finito, me parece concepto que de ningún modo puede comprenderse.

"*Salv.* — Estas dificultades son de las que derivan del modo que tenemos nosotros de discurrir con nuestro entendimiento finito acerca de los infinitos, asignándoles aquellos atributos que damos a las cosas finitas y limitadas; lo que reputo inconveniente, porque juzgo que estos atributos de prevalencia (*maggioranza*), subvalencia (*minoritá*) e igualdad (*egualitá*) no convienen a los infinitos, de los cuales no se puede decir que uno es mayor o menor o igual al otro. Para probarlo, se me ocurre un razonamiento que, para mayor claridad en su desarrollo, propondré en forma de preguntas a Simplicio, promotor de la dificultad.

"Supongo muy bien sabido de vosotros, cuáles son los números cuadrados y cuáles los no cuadrados.

"*Simp.* — Sé muy bien que el número cuadrado es el que resulta de la multiplicación de otro número por sí mismo: así el cuatro y el nueve, etc., son números cuadrados, ya que se originan uno del dos y el otro del tres, multiplicados por sí mismos.

"*Salv.* — Muy bien; y sabéis, además, que así como los productos se llaman cuadrados, los que producen, o sea los que se multiplican, se llaman lados *lati* o raíces. Por consiguiente, los otros que no nacen de números multiplicados por sí mismos, no son cuadrados. De donde, si yo dijere que todos los números, incluyendo los cuadrados y los no cuadrados, son más que los cuadrados solos, habré enunciado una proposición realmente verdadera. ¿No es así?

"*Simp.* — No se puede decir lo contrario.

"*Salv.* — Si yo después preguntare cuántos son los números cuadrados, se podría con toda verdad responder que son tantos como son sus respectivas raíces, puesto que todo cuadrado tiene su raíz, y toda raíz su cuadrado, sin que haya ningún cuadrado que tenga más de una raíz, ni raíz ninguna que tenga más de un cuadrado.

"*Simp.* — Es así.

"*Salv.* — Mas si yo preguntare cuántas son las raíces, no podrá negarse que son tantas como sean todos los números, porque no hay ningún número que no sea raíz de algún otro; y sentado esto, habrá que decir que los números cua-

drados son tantos como sean todos los números, ya que son tantos como sus raíces, y raíces son todos los números. Y, sin embargo, nosotros, en un principio, dijimos que los números en conjunto son muchos más que todos los cuadrados, por ser no cuadrados la mayor parte. Todavía más, la multitud de cuadrados va disminuyendo progresivamente, a medida que pasamos a números más grandes; porque hasta ciento hay diez cuadrados, que es como decir que son cuadrados una décima parte; en diez mil, sólo la centésima parte son cuadrados; en un millón sólo la milésima. Y, sin embargo, en un número infinito, si pudiéramos considerarlos, sería necesario decir que son tantos los cuadrados, cuantos son todos los números en conjunto.

"*Sagr.* – ¿Y qué se puede decidir en tal coyuntura?

"*Salv.* – No veo que se pueda llegar a otra decisión, sino a decir que es infinita la totalidad de los números, infinitos los cuadrados, infinitas sus raíces; y que la multitud de cuadrados no es menor que la de la totalidad de los números, ni ésta mayor que aquélla y, en última instancia, que los atributos de 'igual', 'mayor' y 'menor', no tienen lugar en los infinitos, y sí en las cantidades limitadas."

El modo en que el problema es expuesto en el diálogo arriba citado, es digno de Galileo, pero la solución indicada no es la correcta. Realmente es el caso de que el número de números cuadrados (finitos) es el mismo que el número de números (finitos). El hecho de que, mientras nos limitemos a números menores que algún número finito dado, la proporción de cuadrados tiende hacia cero a medida que el número finito dado aumenta, no contradice el hecho de que el número de todos los cuadrados finitos es el mismo que el número de todos los números finitos. Esto es sólo un ejemplo del hecho, ahora familiar a los matemáticos, de que el *límite* de una función, mientras la variable *se acerca* a un punto dado, puede no ser el mismo que su *valor* cuando la variable realmente *alcanza* el punto dado. Pero, aunque los números infinitos que Galileo trata son iguales, Cantor ha mostrado que lo que Simplicius no podía concebir es verdadero, principalmente que hay un número infinito de números infinitos diferentes, y que la concepción de *mayor* y *menor* puede ser perfectamente bien aplicada a ellos. La totalidad de la dificultad de Simplicius viene, como es evidente, de la creencia de que, si *mayor* y *menor* pueden ser aplicados, una parte de un conjunto infinito debe tener me-

nos elementos que el total; y cuando se niega esto, todas las contradicciones desaparecen. Con respecto a longitudes mayores y menores de líneas, que es el problema del que parte la exposición anterior, incluye un significado de *mayor* y *menor* que no es aritmético. El número de puntos es el mismo en una línea larga y en una línea corta, siendo en realidad el mismo que el número de puntos en todo espacio. El *mayor* y el *menor* de la geometría métrica incluye la nueva concepción métrica de *congruencia*, que no puede desarrollarse fuera de las consideraciones aritméticas. Pero esta cuestión no tiene la importancia fundamental que reside en la teoría aritmética del infinito.

2) *No-inductividad.* La segunda propiedad por la que los números infinitos son distinguidos de los números finitos es la propiedad de la no-inductividad. Esto se explicará mejor definiendo la propiedad positiva de la inductividad que caracteriza los números finitos, y que es especificada después del método de prueba conocido como "inducción matemática".

Consideremos primero qué se quiere decir al llamar "hereditaria" a una propiedad en una serie dada. Tomen tal propiedad como si se llamara Jones. Si un hombre se llama Jones, así se llama su hijo: por lo tanto llamaremos hereditaria la propiedad de llamarse Jones con respecto a la relación de padre e hijo. Si un hombre se llama Jones, todos sus descendientes en la línea masculina directa se llaman Jones, esto se desprende del hecho de que la propiedad es hereditaria. Ahora bien, en lugar de la relación de padre e hijo, consideremos la relación de un número finito a su sucesor inmediato, esto es, la relación que se da entre 0 y 1, entre 1 y 2, entre 2 y 3, etc. Si una propiedad de los números es hereditaria con respecto a esta relación, entonces si pertenece a (digamos) 100, debe pertenecer también a todos los números finitos mayores que 100; porque, siendo hereditaria, pertenece a 101 porque pertenece a 100, y pertenece a 102 porque pertenece a 101, y así sucesivamente, por donde el "así sucesivamente" nos llevará, más tarde o más temprano, a cualquier número finito mayor que 100. Así por ejemplo, la propiedad de ser más grande que 99 es hereditaria en la serie de números finitos; y, generalmente, una propiedad es hereditaria en esta serie cuando, dado cualquier número que posee la propiedad, el próximo número debe también poseerla siempre.

Se verá que una propiedad hereditaria, aunque debe pertenecer a todos los números finitos mayores que un número dado que posea la propiedad no necesita pertenecer a todos los números menores que este número. Por ejemplo, la propiedad hereditaria de ser mayor que 99 pertenece a 100 y a todos los números mayores, pero no a ningún número más pequeño. En forma similar, la propiedad hereditaria de llamarse Jones pertenece a todos los descendientes (en la línea directa masculina), de aquellos que tienen esta propiedad, pero no a todos sus antecesores, porque llegaremos, por fin, a un primer Jones, antes del cual los antepasados no tenían apellido. Sin embargo, es obvio que toda propiedad hereditaria poseída por Adán debe pertenecer a todos los hombres; análogamente, toda propiedad hereditaria poseída por 0 debe pertenecer a todos los números finitos. Este es el principio de lo que se llama "inducción matemática". Frecuentemente sucede, cuando queremos probar que todos los números finitos tienen alguna propiedad, que tenemos primero que probar que 0 tiene la propiedad, y luego que la propiedad es hereditaria, es decir, que, si pertenece a un número dado, entonces pertenece al número próximo. Debido al hecho de que tales pruebas son llamadas "inductivas", llamaré a las propiedades a las que ellos son aplicables, propiedades "inductivas". Así, una propiedad inductiva de los números es una que es hereditaria y pertenece a 0.

Tomando cualquiera de los números naturales, digamos 29, es fácil ver que debe tener todas las propiedades inductivas. Porque, como tales propiedades pertenecen a 0 y son hereditarias, pertenecen a 1; por lo tanto, como son hereditarias, pertenecen a dos, y así sucesivamente; por veintinueve repeticiones de dichos argumentos demostramos que pertenecen a 29. Podemos *definir* los números "inductivos" como *todos aquellos que poseen todas la propiedades inductivas*; serán los mismos que se llaman números "naturales", es decir, la totalidad de los números finitos ordinarios. A todos estos números pueden aplicarse válidamente las pruebas por la inducción matemática. Son aquellos números, para expresarlo con mucha generalidad, que pueden alcanzarse a partir de 0 por sucesivas adiciones de 1; en otras palabras, son todos los números que pueden alcanzarse contando.

Pero, más allá de todos estos números, están los números infinitos, y los números infinitos no tienen todas las propie-

dades inductivas. Tales números, por lo tanto, pueden ser llamados no-inductivos. Todas aquellas propiedades de los números que son comprobadas por un imaginario proceso gradual desde un número al próximo, fallan cuando llegamos a los números infinitos. El primero de los números infinitos no tiene predecesor inmediato, porque no hay número finito mayor. Así ninguna sucesión de grados desde un número al próximo llegará nunca desde un número finito a uno infinito, y el método gradual falla. Esta es otra razón para la supuesta contradicción interna de los números infinitos. Muchas de las propiedades más familiares de los números, que la costumbre había llevado a que la gente considerara como lógicamente necesarias, son en realidad sólo demostrables por el método gradual y no son exactas respecto de los números infinitos. Pero no bien comprendemos la necesidad de probar tales propiedades por la inducción matemática, y la perspectiva estrictamente limitada de este método de prueba, se ve que las supuestas contradicciones contradicen, no la lógica, sino sólo nuestros prejuicios y hábitos mentales.

La propiedad de ser aumentado por la adición de 1, es decir, la propiedad de no-reflexividad, puede servir para ilustrar las limitaciones de la inducción matemática. Es fácil probar que 0 aumenta por la adición de 1, también aumenta el próximo número, es decir el número obtenido por la adición de 1. Se desprende que cada uno de los números naturales aumenta por la adición de 1. Esto, generalmente, resulta del argumento general, y se obtiene para cada caso particular por un número suficiente de aplicaciones del argumento. Primero probamos que 0 no es igual a 1; entonces, puesto que la propiedad de ser aumentado por 1 es hereditaria, resulta que 1 no es igual a 2; de aquí se sigue que 2 no es igual a 3; si queremos probar que 30.000 no es igual a 30.001, podemos hacerlo repitiendo este razonamiento 30.000 veces. Pero no podemos probar en esta forma que *todos* los números aumentan por la adición de 1; podemos sólo probar que esto es válido para los números que se obtienen por sucesivas adiciones de 1 partiendo de 0. Los números reflexivos, que se ubican más allá de todos aquellos que se obtienen en esta forma, de hecho no son aumentados por la adición de 1.

Las dos propiedades de la reflexividad y no inductividad, que hemos considerado como peculiaridades de los núme-

ros infinitos, no han demostrado hasta ahora encontrarse siempre juntas. Se sabe que todos los números reflexivos son no-inductivos, pero no se sabe que todos los números no-inductivos, sean reflexivos. Muchos escritores han publicado pruebas falaces de esta proposición, incluyéndome a mí mismo, pero hasta el presente no se han descubierto pruebas válidas. Sin embargo, los números infinitos realmente conocidos son todos reflexivos, tanto como no inductivos; de este modo, en la práctica matemática, si no en teoría, las dos propiedades están siempre asociadas. Para nuestro propósito, por lo tanto, será conveniente ignorar la mera posibilidad de que podría haber números no-inductivos no-reflexivos, puesto que todos los números conocidos son o inductivos o reflexivos.

Cuando por primera vez se presenta a la gente los números infinitos, están dispuestos a negarles el nombre de números, porque su comportamiento es tan diferente del de los números finitos que parece un mal uso premeditado de los términos llamarlos números. Para combatir este sentimiento, debemos ahora volver a la base lógica de la aritmética, y considerar la definición lógica de los números.

La definición lógica de los números, aunque parece un fundamento esencial de la teoría de los números finitos, en realidad fue descubierta independientemente y por un hombre diferente. La teoría de los números infinitos, es decir, la aritmética como opuesta a la parte lógica de la teoría, fue descubierta por Georg Cantor, y publicada por él en 1882-83 [53]. La definición de número fue descubierta alrededor de la misma época por un hombre cuyo gran genio no ha recibido el reconocimiento que merece: me refiero a Gottlob Frege de Jena. Su primera obra *Begriffsschrift,* publicada en 1879, contenía la muy importante teoría de las propiedades hereditarias en una serie a la que yo aludí en conexión con la inductividad. Su definición de número está contenida en su segunda obra, publicada en 1884, y titulada *Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* [54]. Con este libro, la teoría lógica de la aritmética comienza, y nos convendrá considerar el análisis de Frege con algún detalle.

Frege empieza advirtiendo el deseo creciente por la exactitud lógica en las demostraciones matemáticas que distingue a los matemáticos modernos de sus predecesores, y señala que esto debe conducir a una investigación crítica de la de-

finición de número. Procede a mostrar la inadecuabilidad de las teorías filosóficas previas, especialmente de la teoría "sintética *a priori*" de Kant y la teoría empírica de Mill. Esto lo lleva a la pregunta: ¿A qué clase de objeto se puede atribuir con propiedad el número?

Señala que se pueden considerar las cosas físicas como una o muchas: por ejemplo, si un árbol tiene mil hojas, pueden ser tomadas en conjunto, constituyendo su follaje, que será contado como uno, no como mil; y *un* par de botas es el mismo objeto que *dos* botas. Resulta que las cosas físicas no son los sujetos de los que el número es propiamente predicado; porque cuando hemos descubierto los sujetos correctos, el número a adjudicarles debe ser inequívoco. Esto conduce a un estudio de la opinión predominante de que el número es realmente algo psicológico y subjetivo, una opinión que Frege rechaza enfáticamente. "El número", dice, "es tan poco objeto de la psicología o resultado del proceso psíquico, como el Mar del Norte... El botánico desea establecer algo que es exactamente un hecho tanto cuando da el número de pétalos de una flor como cuando da su color. El uno depende tan poco como el otro de nuestro capricho. Por lo tanto, hay cierta similitud entre número y color; pero ésta no consiste en el hecho de que ambos son sensiblemente perceptibles en cosas externas, sino en el hecho de que ambos son objetivos" (p.34).

"Distingo lo objetivo", continúa, "de lo palpable, de lo espacial, de lo real. El eje de la Tierra, el centro de la masa del sistema solar, son objetivos, pero no los podría llamar reales, como a la Tierra misma" (p.35). Concluye que el número no es ni espacial ni físico, ni subjetivo, sino nosensible y objetivo. Esta conclusión es importante, puesto que se aplica a todos los temas de las matemáticas y la lógica. La mayoría de los filósofos ha pensado que lo físico y lo mental entre sí agotaban el mundo del ser. Algunos han alegado que los objetos de las matemáticas evidentemente no eran subjetivos, y, por lo tanto, debían ser físicos y empíricos; otros han alegado que evidentemente no eran físicos, y, por lo tanto, debían ser subjetivos y mentales. Ambos estaban acertados en lo que negaban, y equivocados en lo que afirmaban; Frege tiene el mérito de haber aceptado ambas negaciones, y encontrado una tercera afirmación al comprender que el mundo de la lógica no es ni mental ni físico.

El hecho es, como Frege lo señala, que ningún número ni aun el 1, es aplicable a las cosas físicas, sino sólo a términos o descripciones generales, tales como "hombre", "satélite de la Tierra", "satélite de Venus". El término general "hombre" es aplicable a un cierto número de objetos: hay en el mundo tantos y tantos hombres. La unidad que los filósofos consideran correctamente que es necesaria para la afirmación de un número, es la unidad del término general, y el término general es el propio sujeto del número. Y esto se aplica igualmente haya o no haya un sujeto que caiga bajo el término general. "Satélite de la Tierra" es un término sólo aplicable a un objeto, a saber, la Luna. Pero "uno" no es la propiedad de la Luna en sí misma, que puede ser mirada igualmente bien como muchas moléculas: es una propiedad del término general "satélite de la Tierra". Análogamente, cero es una propiedad del término general "satélite de Venus", porque Venus no tiene satélite. Aquí, por fin, tenemos una teoría inteligible del número 0. Esto era imposible si los números se aplicaban a los objetos físicos, porque, evidentemente, ningún objeto físico podrá tener el número 0. Así, buscando nuestra definición de número, hemos llegado hasta ahora a la conclusión de que los números son propiedades de términos generales o descripciones generales, no de cosas físicas o de sucesos mentales.

En lugar de hablar de un término general, tal como "hombre", como el sujeto del que un número puede ser afirmado, podemos, sin hacer ningún serio cambio, tomar el sujeto como la clase o conjunto de objetos, es decir, "humanidad" en el ejemplo anterior, al que el término general en cuestión es aplicable. Dos términos generales, tales como "hombre" y "bípedo implume", que son aplicables al mismo grupo de objetos, es obvio que tendrán el mismo número de dichos objetos; de este modo, el número depende de la clase, no de la elección de este o aquel término general para describirlo, a condición de que se hallen varios términos generales para describir la misma clase. Pero algún término general es siempre necesario para describir una clase. Aun cuando los términos sean enumerativos, como "éste y aquél y el otro", el conjunto está constituido por la propiedad general de ser o éste, o aquél, o el otro, y sólo así adquiere la unidad que nos capacita para hablar de él como de *un* conjunto. Y en el caso de una clase infinita, la enumeración es imposible, así que la descripción por una característica

general común y peculiar a los miembros de la clase es la única posible. Aquí, como vemos, la teoría del número a que Frege fue conducido por consideraciones puramente lógicas, se hace útil al mostrar cón ı las clases infinitas pueden numerarse, pese a no ser susceptibles de enumeración.

Frege pregunta después: ¿Cuándo dos conjuntos tienen el mismo número de elementos? En la vida ordinaria, decidimos esta cuestión contando; pero contar, como vimos, es imposible en el caso de conjuntos infinitos, y no es lógicamente fundamental en conjuntos finitos. Queremos, por lo tanto, un método diferente de responder a nuestra pregunta. Un ejemplo puede ayudar a aclarar el método. No sé cuántos hombres casados hay en Inglaterra, pero sé que su número es el mismo que el de las mujeres casadas. La razón por la que sé esto es que la relación de marido y mujer relaciona un hombre a una mujer y una mujer a un hombre. Una relación de esta suerte es llamada relación "uno a uno" (biunívoca). La relación de padres a hijos se llama relación uno a varios, porque un hombre puede tener sólo un padre pero puede tener muchos hijos; a la inversa, la relación de hijos a padres es llamada relación varios a uno. Pero la relación de maridos a mujeres (en los países cristianos) es llamada biunívoca, porque un hombre no puede tener más que una mujer, o una mujer más que un marido. Ahora bien, siempre que haya una relación biunívoca entre todos los elementos de un conjunto y todos los elementos de otro que se corresponden individualmente, como en el caso de los maridos y las esposas ingleses, el número de elementos en el conjunto es el mismo que el número de elementos en el otro; pero cuando no hay tal relación, el número es diferente. Esto es la respuesta a la pregunta: ¿Cuándo dos conjuntos tienen el mismo número de elementos?

Podemos ahora por fin responder a la pregunta: ¿Qué se quiere decir por el número de elementos en un conjunto dado? Cuando hay una relación biunívoca entre todos los elementos de un conjunto y todos los elementos de otro, respectivamente, diremos que los dos conjuntos son "similares". Acabamos de ver que dos conjuntos similares tienen el mismo número de elementos. Esto nos conduce a definir el número de un conjunto dado como la clase de todos los conjuntos que son similares a él; es decir, establecemos la siguiente definición formal:

"El número de elementos de una clase dada" se define

con el significado de: "la clase de todas las clases que son similares a una clase dada".

Esta definición, como demostró Frege (expresándola en términos ligeramente diferentes) admite las propiedades aritméticas comunes de los números. Es aplicable igualmente a los números finitos e infinitos, y no requiere la admisión de algún nuevo y misterioso grupo de entidades metafísicas. Esta definición muestra que los sujetos de los cuales el número puede ser afirmado, no son los objetos físicos, las clases o los términos generales por medio de los que las clases son definidas; y se aplica a 0 y 1 sin ninguna de las dificultades que otras teorías encuentran en tratar con estos dos casos especiales.

Seguramente la anterior definición produce, a primera vista, un sentimiento de extrañeza, que tiende a causar cierta insatisfacción. Define el número 2, por ejemplo, como la clase de todas las "díadas", y al número 3 como la clase de todas las "tríadas". Esto no *parece* ser lo que hemos querido decir hasta ahora cuando hablábamos de 2 y de 3, aunque sería difícil decir *qué* queríamos decir. La respuesta a un sentimiento no puede ser un argumento lógico, pero con todo, la respuesta en este caso no carece de importancia. En primer lugar, hallaremos que, cuando a una idea que se ha hecho familiar como una totalidad sin análisis, se la descompone por primera vez, con esmero, en sus partes componentes, que es lo que hacemos cuando la definimos, hay siempre un sentimiento de falta de familiaridad producido por el análisis, que tiende a causar una protesta contra la definición. En segundo lugar, debe admitirse que la definición, como todas las definiciones, es hasta cierto punto arbitraria. En el caso de los números finitos pequeños, tales como 2 y 3, sería posible forjar definiciones más en concordancia con ese sentimiento sin análisis al que nos referimos antes; pero el método de dichas definiciones tendría falta de uniformidad, y se lo vería fallar tarde o temprano, y fallaría indefectiblemente cuando alcanzáramos los números infinitos.

En tercer lugar, el verdadero *desideratum* de una definición como la de número, no es que exponga tan aproximadamente como sea posible las ideas de los que no han pasado por el análisis requerido para alcanzar una definición, sino que nos dé objetos que tengan las propiedades requeridas. Los números, en realidad, deben satisfacer las fórmu-

las de la aritmética; cualquier conjunto indudable de objetos que cumpla este requisito puede ser llamado número. Hasta ahora, el conjunto más simple conocido para colmar esta exigencia es el conjunto presentado por la definición anterior. En comparación con este mérito, el problema de si los objetos a los que la definición se aplica son parecidos o no a las vagas ideas de números, mantenidas por los que no pueden dar una definición, es de muy escasa importancia. La anterior definición llena todas las exigencias importantes y el sentido de extrañeza, que al principio es inevitable, desaparece muy rápidamente con el aumento de la familiaridad.

Sin embargo, hay cierta doctrina lógica que pudiera pensarse que constituye una objeción a la definición anterior de números como clases de clases; me refiero a la doctrina de que no hay en absoluto objetos tales como clases. Parecería que esta doctrina podría hacer estragos en una teoría que reduce los números a clases, y en muchas otras teorías en las que hemos hecho uso de las clases. Sin embargo, esto sería un error: ninguna de estas teorías se ven dañadas por la doctrina de que las clases son ficciones. Trataré de explicar brevemente qué es la doctrina y por qué no es destructiva.

A causa de ciertas dificultades algo complicadas, que culminan en contradicciones definitivas, llegué a la opinión de que nada que pueda decirse con sentido sobre las cosas, es decir, sobre los casos particulares, puede decirse con sentido (esto es o verdadera o falsamente) sobre las clases de cosas. O sea que, si en cualquier oración en la que se menciona una cosa, ustedes sustituyen una clase por la cosa, ya no tienen una oración con significado: la oración ya no es ni verdadera ni falsa, sino un conjunto de palabras sin significado. Se pueden disipar las apariencias de que sucede lo contrario por la reflexión de un momento. Por ejemplo, en la oración "Adán gusta de las manzanas", ustedes pueden sustituir por *humanidad*, y decir: "La humanidad gusta de las manzanas." Pero es obvio que ustedes no quieren decir que hay un individuo llamado "humanidad" que mastica manzanas: ustedes quieren decir que los distintos individuos que componen la humanidad, cada uno de ellos, gusta separadamente de las manzanas.

Ahora bien, si nada que pueda decirse con sentido de una cosa puede decirse con sentido de una clase de cosas, se sigue que las clases de cosas no pueden tener la misma clase

de realidad que tienen las cosas; porque si la tuvieran, una clase podría ser sustituida por una cosa en una proposición que afirmara la realidad que podría ser común a ambas. Este modo de ver es realmente concordante con el sentido común. En el siglo III o IV antes de nuestra era, vivía un filósofo chino llamado Hui Tzu, que sostenía que "un caballo bayo y una vaca parda son tres; porque tomados separadamente son dos, y tomados juntos son uno: dos más uno hacen tres" [55] El autor del que cito dice que Hui Tzu "era particularmente amante de los juegos de palabras que tanto deleitaban a los sofistas o heterodoxos razonadores de la antigua Grecia", y éste, a no dudar, representa el juicio del sentido común sobre tales argumentos. Empero, si los conjuntos de cosas fueran cosas, su argumento sería irrefragable. Sólo por el hecho de que el caballo bayo y la vaca parda tomados juntos no son una nueva cosa, es que podemos evitar la conclusión de que hay tres cosas dondequiera que haya dos.

Cuando se admite que las clases no son cosas, surge la pregunta: ¿Qué damos a entender por proposiciones que nominalmente se refieren a las clases? Tomemos un enunciado como, "La clase de personas interesadas en lógica matemática no abunda." Evidentemente, esto se reduce a: "No muchas personas están interesadas en lógica matemática." En honor a la exactitud, sustituyamos "muchas" por algún número particular, digamos 3. Entonces nuestro planteamiento es: "Tres personas no están interesadas en lógica matemática." Esto puede expresarse en la forma: "Si $x$ está interesado en lógica matemática, y también $y$ está interesado, y también $z$ está interesado, entonces $x$ es idéntico a $y$, o $x$ es idéntico a $z$, o $y$ es idéntico a $z$." Aquí no hay, en absoluto, ninguna referencia a una "clase". De algún modo, todos los planteamientos nominalmente sobre una clase pueden ser reducidos a planteamientos sobre lo que resulta de la hipótesis de algo que tenga la propiedad que define la clase. Por lo tanto, todo lo que se necesita para legitimar el uso *verbal* de clases es un método uniforme de interpretar proposiciones en las que tal uso aparece, a fin de obtener proposiciones en las que ya no haya tal uso. La definición de tal método es una materia técnica, que el doctor Whitehead y yo tratamos en otro lugar, y que no necesitamos tocar en esta ocasión [56]

Si se acepta la teoría de que las clases son meramente

simbólicas, se desprende que los números no son entidades reales, sino que las proposiciones en las que los números aparecen verbalmente no tienen, en realidad, ningún elemento correspondiente a números, sino sólo una cierta forma lógica que no es una parte de las proposiciones que tienen esta forma. Este es realmente el caso con todos los objetos aparentes de la lógica y la matemática. Palabras tales como *o, no, si, hay, identidad, más grande, plus, nada, todo, función* y así sucesivamente no son nombres de objetos definidos como "Juan" o "Jones", sino que son palabras que requieren un contexto para tener significado. Todas ellas son formales, es decir, su acaecimiento indica una cierta forma de proposición, no un cierto elemento. "Las constantes lógicas", en resumen, no son entidades; las palabras que las expresan no son sustantivos, y no pueden significativamente convertirse en sujetos lógicos, excepto cuando se tratan las palabras en sí mismas, como opuestas a sus significados [57]. Este hecho tiene una fuerza muy importante sobre toda la lógica y la filosofía, puesto que muestra cómo difieren de las ciencias especiales. Pero los problemas suscitados son tan grandes y tan difíciles que es imposible proseguirlos más ampliamente en esta ocasión.

# OCTAVA CONFERENCIA

## SOBRE LA NOCION DE CAUSA CON APLICACIONES AL PROBLEMA DEL LIBRE ALBEDRIO

La naturaleza del análisis filosófico, como fue ilustrada en nuestras conferencias previas, puede plantearse ahora en términos generales. Partimos de un cuerpo de conocimiento común, que constituye nuestros datos. Sometidos a examen, los datos resultan complejos, más bien vagos, y muy interdependientes desde el punto de vista lógico. Por el análisis, los reducimos a proposiciones que son tan aproximadamente simples y precisas como es posible, y las ordenamos en series deductivas, en las que cierto número de proposiciones iniciales forman una garantía lógica para todo el resto. Estas proposiciones iniciales son *premisas* para el cuerpo del conocimiento en cuestión. Por lo tanto, las premisas son completamente diferentes de los datos, son más simples, más precisas y menos contaminadas por una redundancia lógica. Si el trabajo de análisis ha sido cumplido por completo, estarán totalmente libres de redundancia lógica, serán enteramente precisas y tan simples como sea lógicamente compatible con la conducción del cuerpo dado del conocimiento. El descubrimiento de estas premisas pertenece a la filosofía; pero el trabajo de deducir de ellas el cuerpo del conocimiento común pertenece a las matemáticas, si "matemáticas" es interpretado en un sentido un tanto liberal.

Pero, además del análisis lógico del conocimiento común que ordena nuestros datos, está la consideración de sus grados de certeza. Al llegar a sus premisas, encontramos que algunas de ellas parecen expuestas a duda, y podemos ver más ampliamente que esta duda se extiende a nuestros datos originales que dependen de estas premisas dudosas. En nuestra tercera conferencia, por ejemplo, vimos que la parte de la física que depende del testimonio, y por lo tanto de

la existencia de otras mentes distintas de la nuestra, no parece tan cierta como la parte que depende exclusivamente de nuestros propios datos sensoriales y de las leyes de la lógica. En forma análoga, suele sentirse que las partes de la geometría que dependen del axioma de las paralelas tiene menos certeza que las partes que son independientes de este premisa. Podemos decir, generalmente, que lo que comúnmente pasa por conocimiento, no es todo igualmente cierto, y que, cuando ha sido hecho el análisis en premisas, el grado de certeza de cualquier consecuencia de las premisas dependerá del de la premisa más dudosa empleada en probar esta consecuencia. De este modo, el análisis en premisas sirve no sólo un propósito lógico, sino también el propósito de facilitar un cálculo en cuanto al grado de certeza a ser alcanzado por esta o por aquella creencia derivativa. En vista de la falibilidad de todas las creencias humanas, este servicio parece por lo menos tan importante como los servicios puramente lógicos prestados por el análisis filosófico.

En la presente conferencia, deseo aplicar el método analítico a la noción de "causa", e ilustrar la explicación aplicándolo al problema del libre albedrío. Para este propósito preguntaré: I, qué se entiende por una ley causal; II, cuál es la evidencia que las leyes causales han ostentado hasta ahora; III, cuál es la evidencia que continuarán ostentando en el futuro; IV, cómo la causalidad con que se trata en las ciencias, difiere de la del sentido común y la filosofía tradicional; V, qué nueva luz arrojan sobre la cuestión del libre albedrío nuestros análisis de la noción de "causa".

I. Por "ley causal" doy a entender cualquier proposición general en virtud de la que es posible inferir la existencia de una cosa o un acontecimiento a partir de la existencia de otro o de varios otros. Si ustedes oyen tronar sin ver relampaguear, infieren que hubo, no obstante, un relámpago, causa de la proposición general: "Todo trueno es precedido por el relámpago." Cuando Robinson Crusoe ve la huella de un pie, infiere la presencia de un ser humano, y podría justificar su inferencia por la proposición general: "Todas las señales en el suelo con la forma de un pie humano son subsecuentes a un ser humano que ha pisado donde la marca se encuentra." Cuando vemos ponerse el sol, esperamos que se levantará otra vez al día siguiente. Cuando oímos hablar a un hombre, inferimos que tiene ciertos pensamien-

tos. Todas estas inferencias son debidas a leyes causales.

Una ley causal, decimos, nos permite inferir la existencia de una *cosa* (o *acontecimiento*) a partir de la existencia de otro u otros. La palabra "cosa" aquí ha de ser entendida como aplicándose sólo a casos particulares, es decir, como excluyendo objetos lógicos tales como números o clases o propiedades y relaciones abstractas e incluyendo datos sensoriales, con todo lo que es lógicamente del mismo tipo que los datos sensoriales[58]. Hasta donde una ley causal es directamente verificable, la cosa inferida y la cosa a partir de la que es inferida ambas deben ser datos, aunque no necesitan ambas ser datos simultáneos. En realidad, una ley causal que se emplea para ampliar nuestro conocimiento de la existencia, debe ser aplicada a lo que, en el momento, no es un dato; la utilidad práctica de una ley causal consiste en la posibilidad de tal aplicación. Sin embargo, el punto importante para nuestro propósito presente, es que, lo que es inferido es una "cosa", un "caso individual", un objeto que tenga aquella realidad que pertenece a los objetos de los sentidos, no a un objeto abstracto tal como la virtud o la raíz cuadrada de dos.

Pero no podemos tener un conocimiento inmediato de un caso particular, excepto cuando es realmente dado. De aquí que el caso individual inferido por una ley causal debe ser sólo *descrito* con mayor o menor exactitud; no puede ser *especificado* hasta que no se verifique la inferencia. Además, puesto que la ley causal es *general*, y capaz de aplicarse a muchos casos, el caso individual dado del que inferimos, debe admitir la inferencia en virtud de alguna característica general, no en virtud de ser justamente el caso individual que es. Esto es evidente en todos nuestros ejemplos previos: inferimos la luz que no percibimos a partir del trueno, no en virtud de alguna peculiaridad del trueno, sino en virtud de su parecido a otros ruidos de truenos. Por lo tanto, una ley causal debe establecer que la existencia de una cosa de cierta especie o de varias cosas de varias especies señaladas, implica la existencia de otra cosa que tenga relación con la primera que permanece invariable, en tanto que la primera sea de la especie en cuestión.

Hay que observar que lo que es constante en una ley causal no es el objeto o los objetos dados, ni tampoco el objeto inferido, que pueden variar dentro de amplios límites, sino la *relación* entre lo que es dado y lo que es inferido. El prin-

cipio, "a una misma causa, un mismo efecto", que se dice a veces que es el principio de causalidad, es mucho más estrecho en su perspectiva que el principio que realmente se da en la ciencia; en verdad, si es interpretado estrictamente, no tiene ninguna perspectiva, puesto que la "misma" causa nunca se repite exactamente. Volveremos sobre este punto en una etapa posterior de la exposición.

El caso individual inferido puede ser determinado en su singularidad por la ley causal, o puede ser sólo descrito en tales términos generales, que muchos casos individuales diferentes puedan satisfacer la descripción. Esto depende de si la relación constante afirmada por la ley causal es tal que sólo puede tener un término con los datos, o una relación que pueda tener muchos términos. Si hay muchos términos que tengan la relación en cuestión, la ciencia no descansará hasta encontrar alguna ley más restringida, que nos capacite para determinar singularmente las cosas inferidas.

Puesto que todas las cosas conocidas existen en el tiempo, una ley causal debe tener en cuenta las relaciones temporales. Será parte de la ley causal plantear una relación de sucesión o coexistencia entre la cosa dada y la cosa inferida. Cuando oímos un trueno e inferimos que hubo un relámpago, la ley establece que la cosa inferida es anterior a la cosa dada. A la inversa, cuando vemos un relámpago y esperamos expectantes el trueno, la ley establece que la cosa dada es anterior a la cosa inferida. Cuando inferimos los pensamientos de un hombre a partir de sus palabras, la ley establece que ambos son (por lo menos aproximadamente) simultáneos.

Si una ley causal ha de alcanzar la precisión a que aspira la ciencia no debe contentarse con un vago *anterior* y *posterior*, sino que debe establecer con qué anterioridad o con qué posterioridad. Es decir, la relación temporal entre la cosa dada y la cosa inferida debe poder establecerse con exactitud y generalmente la inferencia que ha de ser desentrañada es diferente de acuerdo con la duración y la dirección del intervalo. "Hace un cuarto de hora este hombre estaba vivo; de aquí a una hora estará frío." Tal planteamiento incluye dos leyes causales, una infiere de un dato algo que existió un cuarto de hora antes, y otra infiere del mismo dato algo que existirá de aquí a una hora.

A menudo, una ley causal incluye no un dato, sino muchos, que no necesitan ser simultáneos entre sí, aunque sus

relaciones temporales deben ser dadas. El esquema general de una ley causal será como sigue:

"Siempre que las cosas aparecen en ciertas relaciones mutuas (entre las que se deben incluir sus relaciones temporales), una cosa que tiene una relación fija con estas cosas aparecerá en una fecha fijada con relación a sus fechas."

Las cosas dadas, en la práctica, no serán cosas que sólo existen por un instante, porque tales cosas, si las hay, nunca pueden ser datos. Las cosas dadas ocuparán cada una algún tiempo finito. No pueden ser cosas estáticas, sino procesos, especialmente movimientos. Hemos considerado en una conferencia anterior el sentido en el que un movimiento puede ser un dato, y no necesito ahora repetir este tema.

No es esencial para una ley causal que el objeto inferido sea posterior a algunos o a todos los datos. Igualmente bien puede existir antes o al mismo tiempo. La única cosa esencial es que la ley sea tal que nos capacite para inferir la existencia de un objeto que se pueda, con más o menos exactitud, descubrir en función de los datos.

II. Llegamos ahora a nuestro segundo problema, a saber: ¿Cuál es la naturaleza de la evidencia que las leyes causales han poseído hasta ahora, por lo menos en las partes del pasado que han sido observadas? Esta pregunta no debe confundirse con la pregunta más amplia: ¿Nos garantiza esta evidencia para suponer la verdad de las leyes causales en el futuro y en partes que no han sido observadas del pasado? Por el momento, sólo pregunto cuáles son los motivos que conducen a creer en las leyes causales, no si estos motivos son adecuados para confirmar la creencia en la causalidad universal.

El primer paso es el descubrimiento de uniformidades aproximadas sin analizar, de sucesión o coexistencia. Después del relámpago viene el trueno, después de un golpe recibido viene el dolor, después de aproximarse al fuego viene el calor; asimismo, hay uniformidades de coexistencia, por ejemplo entre tacto y vista, entre ciertas sensaciones en la garganta y el sonido de la propia voz, y así sucesivamente. Cada uniformidad de sucesión o de coexistencia, después que ha sido experimentada un cierto número de veces, es seguida de una expectación que se repetirá en ocasiones futuras; es decir, que donde se encuentre uno de los acontecimientos correlativos, el otro se encontrará también. La conexión de la uniformidad experimentada pasada con la ex-

pectación con respecto al futuro es exactamente una de aquellas uniformidades de sucesión que hasta ahora hemos observado que es exacta. Esto proporciona una explicación psicológica de lo que puede llamarse la creencia animal en la causalidad, porque es algo que puede observarse en caballos y perros, y es más bien un hábito de actuar que una creencia real. Hasta aquí, hemos repetido meramente a Hume, que llevó la exposición de causa hasta este punto, pero aparentemente no percibió cuánto faltaba por decir.

En realidad, ¿hay alguna característica, que pudiera llamarse causalidad o uniformidad, que se haya encontrado que se mantiene a lo largo de todo el pasado observado? Y si es así, ¿cómo ha de ser planteada?

Las uniformidades particulares que mencionamos antes, tales como el rayo que es seguido por el trueno, no se encuentran libres de las excepciones. Algunas veces hemos visto rayos sin oír los truenos; aunque, en tal caso, suponemos que el trueno podría haber sido oído si hubiéramos estado más cerca del rayo, lo que es una suposición basada en la teoría, y por lo tanto incapaz de ser invocada para sostener la teoría. Sin embargo, lo que parece mostrar la experiencia científica es esto: que donde fracasa una uniformidad observada, puede encontrarse alguna uniformidad más amplia, que abarque más circunstancias, e incluya ambos sucesos y las fallas de la uniformidad previa. Los cuerpos, sin sostén en el aire, caen, a menos que sean globos o aeroplanos; pero los principios de la mecánica dan uniformidades que se aplican a los globos y a los aeroplanos exactamente con tanta corrección como a los cuerpos que caen. Hay mucho que es hipotético y más o menos artificial en las uniformidades afirmadas por la mecánica, porque, cuando no pueden hacerse aplicables de otra manera, los cuerpos no observados son inferidos para explicar peculiaridades observadas. A pesar de eso, es un hecho empírico que es posible mantener las leyes suponiendo tales cuerpos, y que nunca han de ser supuestos en circunstancias en que deban ser observables. De este modo, la verificación empírica de las leyes mecánicas puede admitirse, aunque debemos también admitir que es menos completa y triunfante de lo que se supone algunas veces.

Suponiendo ahora, lo que debe admitirse como dudoso, que la totalidad del pasado ha procedido de acuerdo con leyes invariables, ¿qué podemos decir en cuanto a la natu-

raleza de estas leyes? No serán del tipo simple que afirma que la misma causa siempre produce el mismo efecto. Podemos tomar la ley de gravitación como una muestra del tipo de ley que parece verificarse sin excepción. Para establecer esta ley en una forma que la observación pueda confirmar, la limitaremos al sistema solar. Establece entonces que los movimientos de los planetas y sus satélites tienen a cada instante una aceleración compuesta de aceleraciones hacia todos los otros cuerpos del sistema solar, proporcional a las masas de estos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de sus distancias. En virtud de esta ley, dado el estado del sistema solar durante cualquier tiempo finito, aunque corto, su estado en todos los tiempos anteriores y posteriores es determinado, excepto en tanto que otras fuerzas distintas de la gravitación u otros cuerpos distintos de los del sistema solar hayan de ser tomados en consideración. Pero otras fuerzas, hasta donde la ciencia puede descubrir, parecen ser igualmente regulares, e igualmente capaces de ser resumidas en leyes causales particulares. Si la explicación mecánica de masa fuera completa, la totalidad de la historia física del universo, pasada y futura, podría inferirse a partir de un número suficiente de datos que conciernen a un tiempo finito señalado, aunque sea corto.

En el mundo mental, la evidencia para la universalidad de la leyes causales es menos completa que en el mundo físico. La psicología no puede jactarse de ningún triunfo comparable a la astronomía gravitacional. No obstante, la evidencia no es mucho menor que en el mundo físico. Las leyes causales sin elaboración y aproximadas, a partir de las que la ciencia comienza, son exactamente tan fáciles de descubrir en la esfera mental como en la física. En el mundo de los sentidos, hay que comenzar con las correlaciones de vista, tacto, etc. y los hechos que nos conducen a conectar varias clases de sensaciones con ojos, oídos, nariz, lengua, etc. Luego hay hechos tales como que nuestro cuerpo se mueve en respuesta a nuestra voliciones. Existen las excepciones, pero se pueden explicar tan fácilmente como las excepciones a la regla de que los cuerpos sin soporte caen en el aire. Hay, en realidad, tal grado de evidencia para las leyes causales en psicología que autorizará al psicólogo para suponerlas como cosa corriente, aunque no en un grado tal que baste para suprimir toda duda de la mente de un investigador escéptico. Se observará que las leyes causales en

las que el término dado es mental y el término inferido físico, o viceversa, son al menos tan fáciles de descubrir como las leyes causales en las que ambos términos son mentales.

Es de advertir que, aunque hemos hablado de leyes causales, hasta aquí no hemos presentado la palabra "causa". En esta etapa, estará bien decir unas pocas palabras sobre los usos legítimos e ilegítimos de esta palabra. La palabra "causa", en la explicación científica del mundo, pertenece sólo a las etapas primitivas, en las que el exiguo preliminar, las generalizaciones aproximadas van determinándose con miras a leyes subsecuentes mayores y más constantes. Podemos decir "El arsénico causa la muerte", en tanto ignoremos el proceso preciso por el que el resultado se efectúa. Pero, en una ciencia suficientemente avanzada, la palabra "causa" no aparecerá en ningún planteamiento de leyes invariables. Sin embargo, existe un uso un tanto aproximado e indefinido de la palabra "causa" que puede ser conservado. Las uniformidades aproximadas que conducen a su empleo precientífico pueden resultar exactas en todas las circunstancias, excepto algunas muy raras y exepcionales, quizá en todas las circunstancias en que realmente suceden. En tales casos, es útil poder hablar del acontecimiento antecedente como la "causa" y del acontecimiento subsecuente como el "efecto". En este sentido, a condición de que se comprenda que la sucesión no es necesaria y puede haber excepciones, es todavía posible emplear las palabras "causa" y "efecto". Es en este sentido, y sólo en éste, que aplicaremos las palabras cuando hablemos de un acontecimiento particular "que causa" otro acontecimiento particular, como debemos hacer a veces si hemos de evitar intolerables circunloquios.

III. Llegamos ahora a nuestro tercer problema, o sea: ¿Qué razón puede invocarse para creer que las leyes causales se darán en el futuro, o que se han dado en porciones no observadas del pasado?

Lo que dijimos es que ha habido hasta ahora ciertas leyes causales observadas, y que toda la evidencia empírica que poseemos es compatible con la opinión de que todo, tanto lo físico como lo mental, hasta donde nuestra observación se extiende, ha ocurrido en concordancia con leyes causales. La ley universal de causalidad, inspirada por estos hechos, puede ser enunciada como sigue:

"Existen tales relaciones invariables entre diferentes acon-

tecimientos simultáneos o no, que, dado el estado de la totalidad del universo durante cualquier tiempo finito, aunque corto, cada acontecimiento previo y subsecuente puede, especulativamente, estar determinado como una función de los acontecimientos dados durante ese tiempo."

¿Tenemos alguna razón para creer en esta ley universal? O bien, para formular una pregunta más modesta, ¿tenemos alguna razón para creer que una ley causal particular, tal como la ley de la gravitación, continuará siendo válida en el futuro?

Entre las leyes causales observadas esta la siguiente: que la observación de uniformidades es seguida por la expectativa de su repetición. Un caballo que ha sido llevado siempre a lo largo de cierto camino, espera ser llevado a lo largo de ese camino otra vez; un perro que es alimentado siempre a cierta hora, espera la comida a esa hora y no a ninguna otra. Tales expectativas, como Hume lo señaló, explican sólo demasiado bien la creencia del sentido común en uniformidades de sucesión, pero no proporcionan absolutamente ningún fundamento lógico para las creencias en cuanto al futuro, ni aún para la creencia de que continuaremos esperando la continuación de las uniformidades experimentadas, porque esa es precisamente una de aquellas leyes causales para las que hay que buscar un fundamento. Si la explicación de Hume de la causalidad es la última palabra, no sólo no tenemos razón de suponer que el sol saldrá mañana sino ni para suponer que de aquí a cinco minutos esperaremos todavía que salga mañana.

Puede decirse, claro está, que todas las inferencias en cuanto al futuro son en realidad nulas, y no veo cómo puede ser confutada tal opinión. Pero aun cuando se admita su legitimidad, podemos no obstante averiguar: Si las inferencias con respecto al futuro *son* válidas, ¿qué principio debe ser incluido al hacerlas?

El principio incluido es el principio de la inducción [59], que, si es verdadero, debe ser una ley lógica *a priori*, incapaz de ser probada o confutada por la experiencia. Es un problema difícil decidir cómo debe ser formulado este principio, pero si ha de garantizar las inferencias que queremos hacer por su intermedio, debe conducir a la siguiente proposición: "Si, en un gran número de ejemplos, una cosa de cierta especie es asociada de cierto modo con una cosa de otra especie, es probable que una cosa de la primera especie sea

siempre análogamente asociada con una cosa de la otra especie y a medida que el número de los ejemplos crece, la probabilidad se aproxima indefinidamente a la certeza." Bien puede preguntarse si esta proposición es verdadera; pero si lo admitimos, podemos inferir que cualquier característica de la totalidad del pasado observado es apta para aplicar al futuro y al pasado no observado. Por lo tanto, esta proposición, si es verdadera, garantizará la inferencia de que las leyes causales probablemente rigen en todo tiempo, futuro tanto como pasado; pero, sin este principio, los casos observados de la verdad de las leyes causales no proporcionan ninguna conjetura con respecto a los casos no observados, y, por lo tanto, la existencia de una cosa no observada directamente no puede nunca ser válidamente inferida.

De este modo, es el principio de inducción, más bien que la ley de causalidad, el que está en el fondo de todas las inferencias con respecto a la existencia de las cosas no dadas inmediatamente. Con el principio de inducción puede probarse todo lo que se quiera para tales inferencias; sin él, todas estas inferencias son nulas. Este principio no ha recibido la atención que merece su gran importancia. Los que se interesaron en la lógica deductiva, es natural que lo ignoraran, mientras los que subrayaban la perspectiva de la inducción querían sostener que toda la lógica es empírica, y por lo tanto no podía esperarse que comprendieran que la inducción misma, su predilecta, requería un principio lógico que era evidente que no pudiera ser probado inductivamente, y, por lo tanto, para poder ser conocido debía ser *a priori*.

La opinión de que la ley de causalidad misma es *a priori* creo que no puede ser mantenida por nadie que comprenda cuán complicado es este principio. En la forma que establece que "todo acontecimiento tiene una causa" parece simple; pero examinando, "causa" se mezcla con "ley causal", y la definición de una "ley causal" se encuentra lejos de ser simple. Debe haber necesariamente *algún* principio *a priori* incluido en la inferencia que deduce, a partir de la existencia de una cosa, la de otra, si tal inferencia debe ser siempre válida; pero parecería del análisis anterior que el principio en cuestión es el de inducción, no el de causalidad. Si nuestra exposición ha sido cabal, el que las inferencias del pasado al futuro sean válidas depende enteramente del principio inductivo: si es exacto, tales inferencias son válidas, y, si es falso, son nulas.

IV. Estamos ahora en el problema de cómo la concepción de leyes causales a la que hemos llegado se relaciona con la concepción tradicional de causa, tal como aparece en filosofía y para el sentido común.

Históricamente, la noción de causa ha estado ligada a la de la voluntad humana. La causa típica será el mandato de un rey. Se supone que la causa es "activa", el efecto "pasivo". De aquí es fácil pasar a la sugestión de que una "verdadera" causa debe contener alguna previsión del efecto; en consecuencia, el efecto se convierte en el "fin" al que la causa aspira, y la teleología reemplaza la causalidad, en la explicación de la naturaleza. Pero todas estas ideas, cuando están aplicadas a la física, son meras supersticiones antropomórficas. Como reacción contra estos errores, Mach y otros han impulsado un modo de ver puramente "descriptivo" de la física: la física, dicen, no se propone decirnos "por qué" suceden las cosas, sino sólo "cómo" suceden. Y si la pregunta "¿por qué?" significa algo más que la búsqueda de una ley general de acuerdo con la que ocurre un fenómeno, entonces significa que esta pregunta no puede ser respondida en física y no puede ser preguntada. En este sentido, el punto de vista descriptivo es indudablemente correcto. Pero, al emplear las leyes causales para justificar las inferencias de lo observado a lo no observado, la física cesa de ser *puramente* descriptiva, y estas leyes dan la parte científicamente útil de la noción tradicional de "causa". Por lo tanto hay *algo* que conservar de esta noción, aunque es una parte pequeña de lo que comúnmente se supone en la metafísica ortodoxa.

Para comprender la diferencia entre la clase de causa que la ciencia emplea y la clase que naturalmente imaginamos, es necesario cerrarle la puerta, por un esfuerzo, a todo lo que establezca diferencia entre pasado y futuro. Esto es algo extraordinariamente difícil de hacer, porque nuestra vida mental está muy íntimamente unida a la diferencia. No sólo la memoria y la esperanza marcan una diferencia en nuestros sentimientos con respecto al pasado y al futuro, sino que casi la totalidad de nuestro vocabulario está lleno de la idea de actividad, de cosas hechas ahora con miras a sus efectos futuros. Todos los verbos transitivos incluyen la noción de causa como actividad, y habría que reemplazarlos por alguna perífrasis antes de que esta noción se pueda eliminar.

Consideremos un planteamiento tal como: "Bruto mató a César." En otra ocasión, Bruto y César podrían ocupar nuestra atención, pero, por el momento, es el acto de matar lo que estudiaremos. Podemos decir que matar a una persona es causarle la muerte intencionalmente. Esto significa que el deseo por la muerte de una persona causa cierto acto, porque se cree que ese acto ocasionará la muerte de la persona; o, más exactamente, el deseo y la creencia en conjunto causan el acto. Bruto desea que César esté muerto y cree que se morirá si es apuñalado; por lo tanto, Bruto lo apuñala, y el puñal causa la muerte de César, como Bruto esperaba que ocurriera. Cada acto que cumple un propósito envuelve dos pasos causales en esta forma: C es deseado, y se cree (verdaderamente si se alcanza el propósito) que B causará C; el deseo y la creencia juntas causan B, que a su vez causa C. De este modo, tenemos primero a A, que es un deseo hacia C y una creencia de que B (un acto) causará C; luego tenemos B, que es un acto causado por A, y que se cree es una causa de C; entonces, si la creencia era correcta, tenemos a C, causado por B, y, si la creencia era incorrecta, tenemos un desengaño. Considerada puramente desde el punto de vista científico, esta sucesión A,B,C, puede igualmente bien ser considerada en el orden inverso, como sería en una pesquisa. Pero, desde el punto de vista de Bruto, el deseo, que aparece al principio, es lo que hace interesante la sucesión. Sentimos que si sus deseos hubieran sido diferentes, los efectos que en realidad produjo no hubieran sucedido. Esto es exacto y le da a Bruto un sentido de poder y libertad. Igualmente es verdad que, si los efectos no hubieran ocurrido, sus deseos hubieran sido diferentes, puesto que los efectos ocurrieron siendo los deseos los que fueron. De este modo, los deseos están determinados por sus consecuencias tanto como las consecuencias por los deseos; pero, como no podemos (en general) saber de antemano las consecuencias de nuestros deseos sin saber nuestros deseos, esta forma de inferencia no tiene interés para aplicarse a nuestros propios actos, aunque sea enteramente vital para aplicarse a los de los demás.

Considerada científicamente, una causa no tiene con la voluntad esa analogía que nos hace imaginar que el efecto es *compelido* por la voluntad. Una causa es un acontecimiento o un grupo de acontecimientos de cierto carácter general conocido, que tiene una relación conocida con al-

gún otro acontecimiento, llamado efecto; la relación es de tal clase que sólo un acontecimiento, o, de todos modos, sólo una clase bien definida de acontecimientos puede tener una relación con una causa dada. Se acostumbra a dar el nombre de "efecto" sólo a un acontecimiento que es posterior a la causa, pero no hay ninguna razón para esta restricción. Haríamos mejor en admitir que el efecto es anterior a la causa o simultáneo, porque nada de alguna importancia científica depende de que sea posterior a la causa.

Si la inferencia de causa a efecto ha de ser indudable, parece que la causa difícilmente puede detenerse sin ir hasta la totalidad del universo. Porque, mientras algo sea omitido, puede serlo alguna cosa que altere el resultado esperado. Pero, para los propósitos prácticos y científicos, los fenómenos pueden ser reunidos en grupos que causalmente se contienen a sí mismos, o poco más o menos. En la noción común de causalidad, la causa es un acontecimiento individual, decimos el relámpago causa el trueno, y así sucesivamente. Pero es difícil saber qué queremos decir por acontecimiento individual; y generalmente aparece que, para tener algo que se aproxime a la certeza concerniente al efecto, es necesario incluir muchas más circunstancias en la causa de lo que el sentido común anticientífico supondría. Pero, a menudo, una conexión causal probable, donde la causa es bastante simple, es de importancia más práctica que una conexión más indudable en la que la causa es tan compleja que es difícil determinarla.

Para resumir: la ley de causalidad estricta, cierta y universal que los filósofos defienden, es un ideal, posiblemente exacto, pero cuya verdad no se *conoce* en virtud de ninguna evidencia asequible. Lo que realmente se conoce, como materia de la ciencia empírica, es que se observa que ciertas relaciones constantes se dan entre los miembros de un grupo de acontecimientos en ciertas oportunidades, y que cuando tales relaciones fallan, como ocurre a veces, es posible, por lo común, descubrir una relación nueva, más constante, para ampliar el grupo. Cualquiera de dichas relaciones constantes entre acontecimientos de clases especificadas con intervalos dados de tiempo entre ellas, es una "ley causal". Pero todas las leyes causales están sujetas a excepciones, si la causa es menor que la totalidad del universo; creemos, sobre la base de gran cantidad de experiencia, que tales excepciones pueden tratarse ampliando el grupo que llamamos la

causa, pero esta creencia, donde quiera que esté todavía sin verificar, no debe ser considerada como indudable, sino sólo sugiriendo una dirección para investigaciones más amplias.

Un grupo causal muy común está formado por voliciones y los actos corporales consecuentes, aunque las excepciones se presentan, por ejemplo, a causa de una súbita parálisis. Otra conexión muy frecuente (aunque aquí las excepciones son mucho más numerosas) se da entre un acto corporal y la comprensión del propósito que condujo al acto. Estas conexiones son manifiestas, al paso que las causas de los deseos son más obscuras. Por lo tanto, es natural comenzar las series causales con deseos, suponer que todas las causas son análogas a deseos, y que los deseos por *sí mismos* surgen espontáneamente. Sin embargo, ningún psicólogo serio sostendría tal modo de ver. Esto nos lleva a la cuestión de la aplicación de nuestro análisis de causa al problema del libre albedrío.

V. El problema del libre albedrío está tan íntimamente ligado con el análisis de causalidad que, *antiguo como es*, necesitamos no perder la esperanza de lograr nueva luz sobre él, con la ayuda de nuevas perspectivas sobre la noción de causa. El problema del libre albedrío, en un tiempo u otro, ha agitado profundamente las pasiones de los hombres, y el temor de que la voluntad no sea libre ha sido para algunos hombres una fuente de gran desdicha. Creo que, bajo la influencia de un análisis frío, resultará que los problemas dudosos incluidos no tienen tal importancia emocional como se piensa a veces, puesto que las desagradables consecuencias que se supone emanan de una negación del libre albedrío no emanan de esta negación en todas las formas en que haya razón para hacerla. Sin embargo, no es bajo este cariz que yo quería exponer el problema, sino más bien porque proporciona un buen ejemplo del efecto esclarecedor del análisis y de las interminables controversias que pueden resultar de su inobservancia.

Tratemos de descubrir primero qué es lo que realmente esperamos al desear el libre albedrío. Algunas de nuestras razones para desear el libre albedrío son profundas, otras son triviales. Para empezar con las primeras: no queremos sentirnos en las manos del destino, de suerte que, por mucho que podamos desear querer una cosa, no obstante, una fuerza exterior puede obligarnos a querer otra. No queremos pensar que, por mucho que podemos desear actuar bien, la herencia y el mundo circundante pueden forzarnos a ac-

tuar mal. Deseamos sentir que, en casos de duda, nuestra elección es trascendental y está dentro de nuestro poder. Además de estos deseos, que son dignos de todo respeto, tenemos, sin embargo, otros no tan respetables, que igualmente nos hacen desear el libre albedrío. No nos gusta pensar que otras personas, si saben lo suficiente, puedan predecir nuestras acciones, aunque sabemos que a menudo podemos *predecir* las de otras personas, especialmente si son de edad madura. Por mucho que apreciemos al anciano caballero que es nuestro vecino en el campo, sabemos que cuando se menciona una chachalaca, relatará la historia de la chachalaca en el polvorín. Pero nosotros mismos no somos tan maquinales: nunca contamos una anécdota dos veces a la misma persona, ni aun una vez a menos de estar seguros de que gozará con ella; aunque una vez hayamos conocido (digamos) a Bismarck, somos suficientemente capaces de oírlo mencionar sin relatar la ocasión en que nos encontramos con él. En este sentido, cada uno piensa que tiene libre albedrío aunque sabe que nadie más lo tiene. El deseo por esta clase de libre albedrío parece no ser más que una forma de vanidad. No creo que este deseo pueda ser satisfecho con alguna certeza; pero los otros deseos, más respetables, no son, creo, incompatibles con alguna forma defendible de determinismo.

Por lo tanto, tenemos dos preguntas para examinar: 1) ¿Las acciones humanas son teóricamente pronosticables a partir de un número suficiente de antecedentes? 2) ¿Las acciones humanas están sujetas a una coacción externa? Las dos preguntas, como trataré de mostrar, son completamente diferentes y podemos responder, a la primera, afirmativamente sin estar forzados, por esto, a dar una respuesta afirmativa a la segunda.

1) *¿Las acciones humanas son teóricamente pronosticables a partir de un número suficiente de antecedentes?* Tratemos primero de dar precisión a esta pregunta. Podemos plantear la pregunta así: ¿Hay alguna relación constante entre un acto y un cierto número de acontecimientos anteriores, tal que, cuando los acontecimientos anteriores son dados, sólo un acto, o a lo sumo sólo actos con algún carácter bien notable, pueden tener esta relación con los acontecimientos anteriores? Si es así, entonces, tan pronto como los acontecimientos anteriores son conocidos, es teóricamente posible pronosticar o bien el acto preciso, o por lo

menos el carácter necesario para que se cumpla la relación constante.

Bergson ha dado una respuesta negativa a esta pregunta, en una forma que pone en duda la aplicabilidad general de la ley de causalidad. Sostiene que todo acontecimiento, y más particularmente todo acontecimiento mental, incluye tanto del pasado que posiblemente no podría haber sucedido en ningún tiempo anterior, y, por lo tanto, es necesariamente por completo diferente de todos los acontecimientos previos y subsecuentes. Por ejemplo, si leo cierto poema muchas veces, mi experiencia en cada ocasión es modificada por las lecturas previas, y mis emociones nunca se repiten exactamente. El principio de la causalidad, de acuerdo con Bergson, afirma que la misma causa, si es repetida, producirá el mismo efecto. Pero, debido a la memoria, sostiene, este principio no se aplica a los acontecimientos mentales Lo que aparentemente es la misma causa, si se repite, es modificada por el mero hecho de la repetición, y no puede producir el mismo efecto. Infiere que todo acontecimiento mental es una genuina novedad, no pronosticable a partir del pasado, porque el pasado no contiene nada exactamente igual al acontecimiento, por el que pudiéramos imaginárnoslo. Y por este motivo considera la libertad de la voluntad como inexpugnable.

El argumento de Bergson indudablemente contiene gran cantidad de verdad y no deseo negar su importancia. Pero no creo que sus consecuencias sean en absoluto lo que él creyó que serían. No es necesario para el determinismo sostener que puede prever la peculiaridad total del acto que será cumplido. Si pudiera haber previsto que A iba a asesinar a B, su previsión no sería invalidada por el hecho de que no podría saber toda la infinita complejidad del estado de ánimo de A al cometer el asesinato, ni si el asesinato sería realizado con un cuchillo o con un revólver. Si la *clase* de acto que será realizado puede ser prevista dentro de límites aproximados, es de poco interés práctico que haya menudos matices que no puedan ser previstos. Cada vez que la historia de la chachalaca en el polvorín sea contada, habrá, a no dudar, escasas diferencias debidas a la creciente costumbre, pero que no invalidan la predicción de que la historia será contada. Y no hay nada en el argumento de Bergson que demuestre que nunca podremos predecir qué *clase* de acto será cumplido.

Asimismo, su planteamiento de la ley de causalidad es inadecuado. La ley no enuncia meramente que, si la *misma* causa es repetida, resultará el mismo efecto. Plantea más bien que hay una constante relación entre causas de ciertas clases y efectos de ciertas clases. Por ejemplo, si un cuerpo cae libremente, hay una relación constante entre la altura de la que cae y el tiempo que tarda en caer. No es necesario hacer que un cuerpo caiga de la misma altura en que ha sido previamente observado, para estar en condiciones de predecir la duración del tiempo que tarda en caer. Si esto fuera necesario, ninguna predicción sería posible, puesto que sería imposible recorrer exactamente la misma altura en dos ocasiones. Análogamente, la atracción que el Sol ejerce sobre la Tierra no es sólo conocida en distancias en las que ha sido observado, sino en todas las distancias, porque se sabe que varía en sentido inverso al cuadrado de la distancia. En realidad, lo que se repite es siempre la *relación* de causa y efecto, no la causa en sí misma; todo lo que es necesario, con respecto a la causa, es que sea de la misma *clase* (en el respecto pertinente) que las causas anteriores cuyos efectos han sido observados.

Otro respecto en el que el planteamiento de Bergson de la causalidad es inadecuado es en su suposición de que la causa debe ser un acontecimiento, mientras que pueden ser dos o más acontecimientos o aun un proceso continuo. La cuestión sustantiva en disputa es si los acontecimientos mentales son determinados por el pasado. Ahora bien, en un caso tal como la repetida lectura de un poema, es evidente que nuestros sentimientos al leer el poema son más enfáticamente dependientes del pasado, pero no de un acontecimiento individual en el pasado. Todas nuestras lecturas previas del poema deben ser incluidas en la causa. Pero, fácilmente, percibimos cierta ley de acuerdo con la cual el efecto varía a medida que las lecturas previas aumentan en número, y en realidad Bergson mismo supone tácitamente tal ley. Decidimos, por fin, no leer el poema nuevamente, porque sabemos que esta vez el efecto será de tedio. Podemos no saber todas las nimiedades y matices del tedio que sentiremos, pero sabemos lo suficiente para guiar nuestra decisión, y la profecía de tedio no es menos verdadera por ser más o menos general. De este modo, la clase de casos en los que Bergson confía son insuficientes para mostrar la imposibilidad de la predicción en el único sentido en el

que la predicción tiene interés práctico o emocional. Por lo tanto, podemos dejar la consideración de sus argumentos y dirigirnos nosotros mismos directamente al problema.

La ley de causalidad, de acuerdo con la que acontecimientos posteriores pueden teóricamente ser pronosticados por medio de acontecimientos anteriores, a menudo ha sido considerada, *a priori*, como una necesidad del pensamiento, una categoría sin la que la ciencia sería imposible. Estas pretensiones me parecen excesivas. En ciertas direcciones la ley ha sido verificada empíricamente, y, en otras direcciones no hay una evidencia positiva contra ella. Pero la ciencia puede valerse de ellas donde se la ha encontrado verdadera, sin verse forzada a suponer su verdad en otros campos. No podemos, por lo tanto, sentir ninguna certeza *a priori* que la causalidad debe aplicar a las voliciones humanas.

Las cuestión de hasta dónde las voliciones humanas están sujetas a las leyes causales es una cuestión puramente empírica. Empíricamente parece claro que la gran mayoría de nuestras voliciones tienen causas, pero no puede, por este motivo, resultar necesariamente cierto que todas tienen causas. Sin embargo, precisamente hay las mismas razones para considerar probable el que todas tengan causas, como las hay en el caso de los acontecimientos físicos.

Podemos suponer, aunque es dudoso, que hay leyes de correlación de lo mental y lo físico, en virtud de las que, dado el estado de toda la materia del mundo, y por lo tanto de todos los cerebros y organismos vivientes, el estado de todas las mentes del mundo podría ser inferido, mientras inversamente el estado de toda la materia en el mundo podría ser inferido si se diera el estado de todas las mentes. Es obvio que hay *algún* grado de correlación entre cerebro y mente, y que es imposible decir cuán completo puede ser. Sin embargo, éste no es el punto que quiero tratar. Lo que quiero argumentar es que, aun si admitimos las más extremas pretensiones de determinismo y de correlación de mente y cerebro, todavía no se desprenden las consecuencias hostiles hacia lo que vale la pena de preservar en el libre albedrío. La creencia de que estas consecuencias son las que se desprenden, resulta enteramente, creo, de la asimilación de causas a voliciones, y de la noción de que las causas *obligan* a sus efectos en algún sentido análogo al que una autoridad humana puede obligar a un hombre a hacer lo que él más bien quisiera no hacer. Tan pronto como se com-

prende la verdadera naturaleza de las leyes causales científicas se advierte que esta asimilación es un completo error. Pero esto nos lleva a la segunda de las dos preguntas que presentamos con respecto al libre albedrío, principalmente si, suponiendo el determinismo, nuestras acciones pueden ser consideradas, en algún sentido, como compelidas por fuerzas exteriores.

2) *¿Las acciones humanas están sujetas a una coacción externa?* Tenemos, en intención, un sentido subjetivo de la libertad, que algunas veces es sostenido en contraposición al modo de ver de que las voliciones tienen causas. Este sentido de libertad, sin embargo, es sólo un sentido de que podemos elegir la que queremos de varias alternativas: no nos demuestra que no haya conexión causal entre lo que deseamos elegir y nuestra historia previa. La supuesta incongruencia entre ambos proviene del hábito de concebir las causas como análogas a las voliciones; un hábito que a menudo sobrevive inconscientemente en aquellos que pretenden concebir las causas de una manera más científica. Si una causa es análoga a una volición, causas ajenas serán análogas a una voluntad extraña, y los actos pronosticables a partir de causas ajenas estarán sujetos a la coacción. Pero la ciencia no presta apoyo a esta visión de causa. Las causas, hemos visto, no *compelen* sus efectos, más de lo que los efectos *compelen* sus causas. Hay una relación mutua, de modo que cada una puede ser inferida de la otra. Cuando un geólogo infiere el estado pasado de la tierra del estado presente, no podríamos decir que el estado presente *obliga* al estado pasado a haber sido lo que fue; con todo, el estado pasado se hace necesario como una consecuencia de los datos, en el único sentido en el que los efectos se vuelven necesarios para sus causas. La diferencia que *sentimos*, a este respecto, entre causas y efectos, es una mera confusión debida al hecho de que recordamos los acontecimientos pasados, pero no ocurre que tengamos memoria del futuro.

La aparente indeterminabilidad del futuro, en la que confían algunos defensores del libre albedrío, es meramente un resultado de nuestra ignorancia. Es claro que ninguna clase deseable de libre albedrío puede depender simplemente de nuestra ignorancia; porque si fuera así, los animales serían más libres que los hombres, y los salvajes más que las personas civilizadas. El libre albedrío, en cualquier sentido valioso, debe ser compatible con el máximo conocimiento.

Ahora bien, completamente aparte de cualquier suposición con respecto a la causalidad, es obvio que el conocimiento completo abarcaría el futuro tanto como el pasado. Nuestro conocimiento del pasado no está enteramente basado en inferencias causales, sino que es parcialmente derivado de la memoria. Es un mero accidente que no tengamos memoria del futuro. Deberíamos, como en las pretendidas visiones de profetas, ver los acontecimientos futuros inmediatamente, del modo como vemos los acontecimientos pasados. Ciertamente ellos serán lo que serán, y son en este sentido exactamente tan determinados como el pasado. Si viéramos los acontecimientos futuros del mismo modo inmediato en que vemos los acontecimientos pasados, ¿qué clase de libre albedrío podría aún ser posible? Dicha clase sería totalmente independiente del determinismo: no podría ser contrario ni siquiera al reinado más enteramente universal de la causalidad. Y tal clase debe contener todo lo que valga la pena de tener en el libre albedrío, puesto que es imposible creer que la mera ignorancia puede ser la condición esencial de alguna cosa buena. Por lo tanto, imaginemos un grupo de seres que conozcan el futuro íntegro con absoluta certeza, y preguntémonos si tendrían algo que podríamos llamar libre albedrío.

Seres tales como estamos imaginando no tendrían que esperar el acontecimiento para saber qué decisión adoptarán en alguna ocasión futura. Sabrían ahora cuáles irían a ser sus voliciones. Pero, ¿tendrían alguna razón para deplorar este conocimiento? Seguramente no, a menos que las voliciones fueran en sí mismas deplorables. Y es menos probable que las voliciones previstas fueran lamentables si los pasos que conducen a ellas fueran también previstos. Es difícil no suponer que lo que es previsto es aciago, y debe suceder por mucho que pueda temerse. Pero las acciones humanas son el resultado del deseo, y no preverlas puede ser justo, salvo que se tome en cuenta el deseo. Una volición prevista tendrá que ser tal que no se haga abominable a causa de haber sido prevista. Los seres que estamos imaginando llegarían fácilmente a saber la conexión causal de las voliciones, y, por lo tanto, sus voliciones serían mejor calculadas para satisfacer sus deseos de lo que son las nuestras. Puesto que las voliciones son el resultado de los deseos, una previsión de las voliciones contraria a los deseos no podría ser una verdadera volición. Debe recordarse que la supuesta previ-

sión no crearía el futuro más de lo que la memoria crea el pasado. No pensamos que necesariamente no fuimos libres en el pasado, por el mero hecho de que podemos ahora recordar nuestras voliciones pasadas. Análogamente, podríamos ser libres en el futuro, aun si pudiéramos ver ahora lo que serán nuestra futuras voliciones. En resumen, la libertad, en un sentido estimable, reclama sólo que nuestras voliciones sean, como son, el resultado de nuestros propios deseos, no de una fuerza exterior que nos compele a querer lo que preferiríamos más bien no querer. Todo lo demás es confusión de pensamiento, debido al sentimiento de que el conocimiento *compele* el suceder de lo conocido, cuando es futuro, aunque al mismo tiempo es obvio que el conocimiento no tiene dicho poder con respecto al pasado. El libre albedrío, por lo tanto, es exacto en la única forma en que es importante; y el deseo por las otras formas es un mero efecto de análisis insuficiente.

Lo que se ha dicho sobre el método filosófico en las conferencias precedentes, ha sido más bien por medio de ejemplificaciones de casos particulares que por medio de preceptos generales. Nada de algún valor puede decirse sobre un método, que no sea a través de ejemplos; pero ahora, al final de nuestro curso, podemos reunir ciertas máximas generales que posiblemente puedan ser una ayuda para adquirir un hábito filosófico de mente y una guía para buscar soluciones de problemas filosóficos.

La filosofía no se convierte en científica por hacer uso de otras ciencias, en la forma en que, por ejemplo, lo hace Herbert Spencer. La filosofía aspira a lo que es *general*, y las ciencias especiales, por mucho que puedan *sugerir* grandes generalizaciones, no pueden confirmarlas. Y una apresurada generalización, tal como la generalización de la evolución de Spencer, no es menos apresurada porque lo que generaliza sea la última teoría científica. La filosofía es un estudio aparte de las otras ciencias; sus resultados no pueden ser establecidos por las otras ciencias, y, por el contrario, no deben ser tales que se conciba que alguna otra ciencia los pueda contradecir. Las profecías con respecto al futuro del universo, por ejemplo, no son la materia de la filosofía; si el universo es progresivo, retrógrado o estacionario, no le atañe al filósofo decirlo.

Para convertirse en un filósofo científico, se requiere una

cierta y peculiar disciplina mental. Debe estar presente, primero de todo, el deseo de saber la verdad filosófica, y este deseo debe ser suficientemente fuerte para sobrevivir a través de los años cuando parece que no hay esperanza de encontrar alguna satisfacción. El deseo de saber la verdad filosófica es muy raro: a menudo no se encuentra en su pureza ni siquiera entre los filósofos. Es obscurecido a veces particularmente después de largos períodos de estéril búsqueda, por el deseo de *pensar* que sabemos: alguna opinión plausible se nos presenta, desechamos las objeciones que merece, o meramente no hacemos grandes esfuerzos por encontrarle objeciones, entonces podemos lograr la comodidad de creerla, aunque si hubiéramos resistido el deseo de comodidad, hubiéramos descubierto que la opinión era falsa. Asimismo, el deseo por la verdad sin adulterar es a menudo obscurecido, en los filósofos profesionales, por el amor al sistema: el más pequeño hecho que no entre dentro del edificio del filósofo ha de ser obligado y torturado hasta que parezca avenirse. No obstante, el pequeño hecho es probable que sea más importante para el futuro que el sistema con el que es incongruente. Pitágoras creó un sistema que se adecuaba admirablemente a todos los hechos que él sabía, excepto la inconmensurabilidad de la diagonal de un cuadrado y sus lados; este pequeño hecho quedó fuera, pero siguió siendo un hecho aun después de que Hippasos de Metapontion fuera ahogado por revelarlo. Para nosotros, el descubrimiento de este hecho es el principal título de Pitágoras a la inmortalidad, mientras que su sistema se ha convertido en una materia de curiosidad meramente histórica [60]. Por lo tanto, el amor al sistema, y la vanidad del constructor del sistema, que se asocia con lo primero, están entre las acechanzas de las que el estudiante de filosofía debe resguardarse.

El deseo de establecer este o aquel resultado, o en general de descubrir la evidencia de resultados satisfactorios, sean de la clase que sean, ha sido, claro está, el principal obstáculo al honesto filosofar. Tan extraordinariamente pervertido se vuelve el hombre por pasiones desconocidas, que una determinación tomada de antemano para llegar a esta o a aquella conclusión se considera generalmente como una señal de virtud, y a aquellos cuyos estudios conducen a una conclusión opuesta se los considera inicuos. A no dudar, es más común desear llegar a un resultado satisfactorio que desear llegar a un resultado verdadero. Pero sólo aquellos

en los que el deseo de llegar a un resultado verdadero es superior pueden esperar servir a algún buen propósito por el estudio de la filosofía.

Pero aun cuando el deseo de saber exista con la indispensable potencia, la visión mental por la que la verdad abstracta se reconoce, es difícil de distinguir de la vívida imaginación y consonancia con los hábitos mentales. Es necesario practicar la duda metodológica, como Descartes, para librarse del dominio de los hábitos mentales; y es necesario cultivar la imaginación lógica, para tener varias hipótesis a disposición, y no ser el esclavo de la que el sentido común ha hecho fácil imaginar. Estos dos procesos, de duda de lo familiar y de imaginar lo no familiar, son correlativos, y forman la parte principal del entrenamiento mental requerido por un filósofo.

Las cándidas creencias que encontramos en nosotros mismos cuando empezamos por primera vez el proceso de la reflexión filosófica, pueden resultar, al final, casi todas capaces de una interpretación exacta; pero antes de ser admitidas en filosofía, todas deben ser sometidas a la prueba de la crítica escéptica. Hasta que atraviesen esta prueba son meros hábitos ciegos, modos de comportarse más bien que convicciones intelectuales. Y aunque puede ser que una mayoría pase el examen, podemos estar bastante seguros de que algunas no pasarán, y que habrá de resultar un serio reajuste de nuestra perspectiva. Para romper el dominio del hábito, debemos esforzarnos en dudar de los sentidos, la razón, la moral, en resumen, de todo. En algunos sentidos, la duda será posible; en otros, será verificada por esa visión directa de la verdad abstracta de la que depende la posibilidad del conocimiento filosófico.

Al mismo tiempo, y como una ayuda esencial a la percepción directa de la verdad, es necesario adquirir fecundidad para imaginar hipótesis abstractas. Esto es, creo, lo que más ha faltado hasta ahora en filosofía. Tan magro era el aparato lógico, que todas las hipótesis que los filósofos podían imaginar resultaban incompatibles con los hechos. Demasiado a menudo este estado de cosas condujo a la adopción de medidas heroicas, tales como una negación al por mayor de los hechos, cuando una imaginación mejor provista de herramientas lógicas podría haber encontrado una llave para revelar el misterio. En este sentido, el estudio de la lógica se convierte en el estudio central en filosofía: da el méto-

do de búsqueda en filosofía, tal como las matemáticas dan el método en física. Y, como la física, que, desde Platón al Renacimiento, fue tan carente de progreso, confusa y supersticiosa como la filosofía, se convirtió en ciencia a través de la novedosa observación de los hechos de Galileo, y su subsecuente elaboración matemática, así la filosofía, en nuestros mismos días, se está convirtiendo en científica a través de la simultánea adquisición de nuevos hechos y métodos lógicos.

Sin embargo, a despecho de la nueva posibilidad de progreso en filosofía, el primer efecto, como en el caso de la física, es disminuir enormemente la extensión de lo que se piensa que se conoce. Antes de Galileo, la gente se creía poseedora de un inmenso conocimiento de todas las cuestiones más interesantes en física. El estableció ciertos hechos con respecto al modo en el que los cuerpos caen, no muy interesantes en sí mismos, pero de inconmensurable interés como ejemplos de conocimiento real y de un nuevo método cuya futura fecundidad él mismo vaticinó. Pero aquellos pocos hechos bastaron para destruir la totalidad del vasto sistema de supuestos conocimientos transmitidos desde Aristóteles, tal como aun el más pálido sol de la mañana basta para extinguir las estrellas. Así, en filosofía, aunque algunos han creído en un sistema, y otros en otro, casi todos han sido de opinión de que se sabía mucho; pero todo este supuesto conocimiento del sistema tradicional debe ser barrido, y debe sobrevenir un nuevo comienzo, que estimaremos realmente afortunado si puede obtener resultados comparables a la ley de Galileo de la caída de los cuerpos.

Por la práctica de la duda metodológica, si es verdadera y prolongada, se produce una cierta humildad con respecto a nuestro conocimiento: nos contentamos con saber *algo* en filosofía, por muy aparentemente trivial que sea. La filosofía ha sufrido por la falta de esta clase de modestia. Ha cometido el error de atacar los problemas interesantes simultáneamente, en vez de proceder lenta y pacientemente, acumulando cuanto conocimiento sólido sea obtenible, y confiando los grandes problemas al futuro. Los hombres de ciencia no se avergüenzan de lo que es intrínsecamente trivial, si sus consecuencias prometen ser importantes; el resultado *inmediato* de un experimento difícilmente es siempre interesante en sí mismo. Así, en filosofía, a menudo es deseable emplear el tiempo y el cuidado en materias que, juzgadas

por sí solas, pudieran parecer frívolas, porque a menudo los grandes problemas pueden ser accesibles sólo a través de la consideración de tales materias.

Cuando hemos seleccionado nuestros problemas, y hemos adquirido la disciplina mental necesaria, el método a seguir es totalmente uniforme. Los grandes problemas que provoca la investigación filosófica resultan ser, sometidos a examen, complejos y depender de un número de problemas componentes, en general, más abstractos que los primeros. Se hallará, generalmente, que todos nuestros datos iniciales, todos los hechos que creemos saber al comenzar, sufren de vaguedad, confusión y complejidad. Las ideas filosóficas corrientes comparten estos defectos; por lo tanto, es necesario crear un aparato de concepciones estrictas tan general y tan libre de complejidad como sea posible, antes de que los datos puedan ser analizados dentro de la clase de premisas que la filosofía pretende descubrir. En este proceso de análisis, la fuente de la dificultad es arrastrada más y más hacia atrás, haciéndose en cada escalón más abstracta, más refinada, más difícil para aprehender. Por regla general, resultará que varias de estas cuestiones extraordinariamente abstractas sustentan cada uno de los grandes problemas evidentes. Cuando ha sido hecho todo lo que puede ser hecho por el método, se alcanza un escalón donde sólo la directa visión filosófica puede llevar el asunto más lejos. Aquí sólo el genio puede ser útil. Lo que se requiere, como regla general, es algún nuevo esfuerzo de imaginación lógica, vislumbrar una posibilidad nunca concebida antes, y luego la percepción directa de que esta posibilidad se verifica en el caso en debate. El fracaso para pensar en la correcta posibilidad deja las dificultades sin resolver, los argumentos considerados en pro y en contra revelan perplejidad y desesperación. Pero la correcta posibilidad, por regla general, una vez que es concebida, se justifica rápidamente por su sorprendente poder de incorporar aparentemente los hechos contradictorios. Desde este punto en adelante, la labor del filósofo es sintética y comparativamente fácil; la real dificultad se encuentra en el último escalón del análisis.

Sería precipitado hablar con presunción de la probabilidad de progreso en filosofía. Muchos de los problemas tradicionales de la filosofía, tal vez la mayoría de los que han interesado a un círculo más amplio que el de los técnicos estudiosos, no parecen tener solución por los métodos cien-

tíficos. Exactamente como la astronomía perdió mucho de su interés humano cuando cesó de ser astrología, del mismo modo la filosofía debe perder atractivo en tanto se hace menos pródiga en promesas. Pero, para el gran equipo todavía en crecimiento de los hombres comprometidos en el ejercicio de la ciencia, hombres que hasta ahora, no sin justificación, se han desviado de la filosofía con cierto menosprecio, el nuevo método, ya airoso en problemas tradicionales tales como el número, el infinito, la continuidad, el espacio y el tiempo, haría un llamamiento que los más antiguos métodos han dejado por completo de hacer. La física, con su principio de la relatividad, y sus investigaciones revolucionarias sobre la naturaleza de la materia, experimenta la necesidad por esa clase de novedad en hipótesis fundamentales que la filosofía científica pretende facilitar. La primera y única condición, creo, que es necesaria para asegurar a la filosofía en el futuro cercano un logro, que sobrepase todo lo que hasta ahora ha sido realizado por los filósofos, es la creación de una escuela de hombres con entrenamiento científico e intereses filosóficos, libres de las tradiciones del pasado, y no desviados por los métodos literarios de los que imitan a los antiguos en todo, excepto en sus méritos.

# NOTAS

[1] Pronunciadas como Conferencias Lowell en Boston, en marzo y abril de 1914.

[2] Londres y Nueva York, 1912 *(Home University Library)*.

[3] El primer volumen fue publicado en Cambridge en 1910, el segundo en 1912 y el tercero en 1913.

[4] *Appearance and Reality*, pp. 32-33.

[5] Escrito antes de agosto de 1914.

[6] BERGSON, Henri: *La Evolución Creadora*; trad. Carlos Malagarriga, II tomos (Ed. Renacimiento, Madrid, 1912). T. I, págs. 72 a 73.

[7] Cotéjese Burnet, *Early Greek Philosophy*, págs. 85 y siguientes.

[8] BERGSON, Henri: *Introducción a la Metafísica y a la Intuición Filosófica*; trad. M. Héctor Alberti (Ed. Leviatán, Bs. As., 1956); pág. 11.

[9] MILL, Juan Stuart, *Sistema de Lógica, Inductiva y Deductiva*, trad. Dr. Eduardo Ovejero y Mauty (Ed. Daniel Jorro, Madrid, 1917). Libro III, Cap. III, parágrafo 2, pág. 310.

[10] Idem. Libro III, Cap. XXI, parágrafo 2, pág. 545.

[11] O más bien una función proposicional.

[12] El tema de la causalidad y la inducción será tratado nuevamente en la séptima conferencia.

[13] Ver la traducción por H. S. Macran, *Hegel's Doctrine of Formal Logic*, Oxford, 1912. El argumento de Hegel en esta parte de su "Lógica", depende desde el principio hasta el fin de confundir el "es" de la afirmación, como en "Sócrates es mortal", con el "es" de identidad, como en "Sócrates es el filósofo que bebió la cicuta". Debido a esta confusión, piensa que "Sócrates" y "mortal" deben ser idénticos. Viendo que son diferentes, no infiere, como otros lo harían, que hay un error en algún lado, sino que demuestran "identidad en la diversidad". Por otra parte, Sócrates es particular, "mortal" es universal. Por lo tanto, dice, como Sócrates es mortal, se sigue que el particular es el universal, tomando este "es" como siendo en todo expresión de identidad. Pero decir "el particular es el universal" es contradictorio consigo mismo. Otra vez Hegel no sospecha un error sino que procede a sintetizar particular y universal en lo individual, o concreto universal. Este es un ejemplo de cómo, por falta

de cuidado en el punto de partida, sistemas vastos e imponentes de filosofía se construyen sobre confusiones estúpidas y triviales, que, si no fuera por el casi increíble hecho de que no son intencionales, se estaría tentado de caracterizar como retruécanos.

[14] Cotéjese Couturat, *La Logique de Leibniz*, pág. 361, 386.

[15] A menudo se reconocía que había *alguna* diferencia entre ellas, pero no se reconocía que la diferencia es fundamental, y de muy grande importancia.

[16] *Encyclopædia of the Philosophical Sciences*, vol. I. pág. 97.

[17] Esto quizás requiere modificación para incluir tales hechos como creencias y deseos, puesto que tales hechos, aparentemente, contienen proposiciones como componentes. Se deben suponer incluidos tales hechos, aunque no sean estrictamente atómicos, si el planteamiento del texto ha de ser verdadero.

[18] Las suposiciones hechas, concernientes a las relaciones temporales en la experiencia antedicha, son como sigue:

I. Para asegurar que los instantes forman una sucesión, suponemos:

a) Ningún acontecimiento se precede enteramente a sí mismo. (Un "acontecimiento" es definido como todo lo que es simultáneo de alguna cosa u otra.)

b) Si un acontecimiento precede enteramente a otro, y el otro precede enteramente a un tercero, entonces el primero precede enteramente al tercero.

c) Si un acontecimiento precede enteramente a otro, no es simultáneo con él.

d) De dos acontecimientos que no son simultáneos, uno debe preceder enteramente al otro.

II. Para asegurar que los contemporáneos iniciales de un acontecimiento dado formarán un instante, suponemos:

e) Un acontecimiento enteramente posterior a algún contemporáneo de un acontecimiento dado es enteramente posterior a algún contemporáneo *inicial* del acontecimiento dado.

III. Para asegurar que la sucesión de instantes será densa, suponemos:

f) Si un acontecimiento precede enteramente a otro, hay un acontecimiento enteramente posterior al primero y simultáneo con alguno enteramente anterior al otro.

Esta suposición incluye la consecuencia de que si un acontecimiento cubre la totalidad de un intervalo de tiempo inmediatamente precedente a otro acontecimiento, entonces debe tener por lo menos un instante en común con el otro acontecimiento; es decir, es imposible para un acontecimiento cesar justo antes que otro comience. No sé si esto podría ser considerado inadmisible. Para un tratamiento matemático-lógico de los temas anteriores, cotéjese N. Wiener, *A Contribution to the Theory of Relative Position*, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, XVII, 5, págs. 441-449.

[19] Esto fue escrito en 1914. Desde entonces, considerablemente como resultado de la teoría general de la relatividad, se ha hecho gran cantidad de trabajo valioso; desearía mencionar especialmente al profesor Eddington, al doctor Whitehead, y al doctor Broad, por su contribución, desde diferentes ángu-

los, a la solución de los problemas que se encaran en esta conferencia.

[20] La paradoja anterior es esencialmente la misma que el argumento de Zenón del estadio que será considerado en nuestra próxima conferencia.

[21] Ver la próxima conferencia.

[22] *Monist*, julio de 1912, págs. 337-341.

[23] *Le continu mathématique, Revue de Métaphysique et de Morale*, vol. I, pág. 29.

[24] En lo que atañe a los primeros filósofos griegos, mi conocimiento se debe en gran manera a la valiosa obra de Burnet, *Early Greek Philosophy* (segunda edición, Londres, 1908). También he sido ampliamente ayudado por el señor D. S. Robertson del Colegio de la Trinidad, que suplió las deficiencias de mi conocimiento del griego, y aportó importantes referencias a mi información.

[25] Cotéjese Aristóteles, *Metafísica*, M. 6, 1080 b, 18 y siguientes, y 1083 b, 8 y siguientes.

[26] Hay razón para pensar que los pitagóricos distinguían entre cantidades discretas y continuas. G. J. Allman, en su *Greek Geometry from Thales to Euclid*, dice (pág. 23): "Los pitagóricos hacen una división cuádruple de la ciencia matemática, destinando una de sus partes al *tantos*, τὸ πόσον, y la otra al *tanto*, τὸ πηλίκον; y dividieron en dos cada una de estas partes. Porque decían que la cantidad discreta o *tantos*, o subsiste por sí misma o debe ser considerada con relación a otra; pero que la cantidad continua, o *tantos*, es o estable o fluctuante. En consecuencia afirmaban que la aritmética estudia esa cantidad discreta que subsiste por sí misma; que la música estudia la que está relacionada con otra; y que la geometría estudia la cantidad continua en cuanto es estable y la astronomía (τὴν σφαιρικήν) estudia la cantidad continua en cuanto es de naturaleza fluctuante. (Proclus, ed. Friedlein, pág. 35. En cuanto a la distinción entre τὸ πηλίκον, cantidad continua, y τὸ πόσον, cantidad discreta, ver Iambl., *in Nicomachi Geraseni Arithmeticam introductionem*, ed. Tennulius, página 148.)" Cotéjese pág. 48.

[27] Citado por Burnet, op. cit., pág. 120.

[28] IV., 6. 213 b, 22; H. Ritter y L. Preller, *Historia Philosophicae Græcæ*, 8va. edición, Gotha, 1898, pág. 75 (esta obra será citada desde ahora como "R. P.").

[29] La prueba pitagórica es en líneas generales como sigue: Si fuera posible, déjese el radio de la diagonal al lado de un cuadrado m/n, donde m y n son números enteros que no tienen factor común. Entonces debemos tener $m^2 = 2n^2$. Ahora bien, el cuadrado de un número impar es impar, pero $m^2$ siendo igual a $2n^2$, es par. En consecuencia, *m* debe ser par. Pero el cuadrado de un número par divide por 4, por lo tanto $n^2$, que es la mitad de $m^2$, debe ser par. Por lo tanto, n debe ser par. Pero, puesto que m es par, y m y n no tienen factor común, n debe ser impar. De este modo n debe ser ambas cosas, impar y par, lo cual es imposible; y por lo tanto la diagonal y el lado no pueden tener una razón racional.

[30] Con respecto a Zenón y los pitagóricos, he obtenido mucha información y crítica valiosa del señor P. E. B. Jourdain.

[31] Así hace decir Platón a Zenón en su *Parménides*, a pro-

pósito de su filosofía como una totalidad; y toda evidencia interna y externa atestigua esta opinión.

[32] "Con Parménides", dice Hegel, "el filosofar propiamente dicho comienza". Werke (Edición de 1840), vol. XIII, pág. 274.

[33] *Parménides*, 128 a. de J. C.

[34] Esta interpretación es combatida por Milhaud, *Les philosophes-géomètres de la Grèce*, pág 140 n, pero sus razones no me parecen convincentes. Todas las interpretaciones de lo que sigue se pueden discutir, pero todas tienen el apoyo de reputadas autoridades.

[35] *Physics*, VI. 9. 2396 (R. P. 136-139).

[36] Cotéjese Gaston Milhaud, *Les philosophes-géomètres de la Grèce*, pág. 140 n.; Paul Tannery, *Pour l'histoire de la science hellène*, pág. 249; Burnet, op. cit., pág. 362.

[37] Cotéjese R. K. Gaye, *On Aristotle, Physics, Z ix.* Journal of Philology, vol. XXXI, esp. pág. 111. También Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, primera edición, vol. I., 1880, pág. 168, quien, sin embargo, seguidamente adoptó la opinión de Paul Tannery, *Vorlesungen*, tercera edición (vol. I, pág. 200).

[38] *Le mouvement et les partisans des indivisibles*, "Revue de Métaphysique et de Morale", vol. I, págs. 382-395.

[39] *Le mouvement et les arguments de Zénon d'Elée*, "Revue de Métaphysique et de Morale", vol. I, págs. 107-125.

[40] Cotéjese N. Brochard, *Les prétendus sophismes de Zénon d'Elée*, "Revue de Métaphysique et de Morale", vol. I, págs. 209-215.

[41] Simplicius, Phys., 140, 28 D (R. P. 133); Burnet, op. cit., págs. 364-365.

[42] Op. cit., pág. 367.

[43] Las palabras de Aristóteles son las siguientes: "En el primer argumento la imposibilidad del movimiento se basa en que el móvil debe alcanzar siempre el punto medio antes del punto último, tema sobre el que hemos dado nuestra opinión en la primera parte de nuestro discurso." *Phys.*, VI. 9. 239 B (R. P. 136). Aristóteles parece referirse a *Phys.*, VI. 2. 233 AB (R. P. 136A): "Todo espacio es continuo, porque tiempo y espacio están divididos en las mismas partes iguales. . . El argumento de Zenón también es falso, por el motivo de que es imposible atravesar un conjunto infinito o alcanzar un conjunto infinito uno por uno en un tiempo finito. Porque hay dos sentidos en que el término "infinito" es aplicado a la longitud y al tiempo, y en realidad a todas las cosas continuas, ya sea con respecto a la divisibilidad o con respecto a los fines. Ahora bien, no es posible alcanzar cosas infinitas con respecto al número en un tiempo finito, pero es posible alcanzar cosas infinitas con respecto a la divisibilidad: porque el tiempo mismo también es finito en este sentido. De suerte que en realidad atravesamos un (espacio) infinito, en un (tiempo) infinito, y no en un (tiempo) finito, y alcanzamos infinitas cosas con infinitas cosas, no con cosas finitas." Philoponus, un comentarista del siglo VI (R. P. 136A, *Exc. Paris Philop. in Arist. Phys.*, 303, 2, Vit.), da el siguiente ejemplo: "Porque si una cosa se moviera el espacio de un codo en una hora, puesto que en todo espacio hay un infinito número de puntos, el móvil debe nece-

sariamente alcanzar todos los puntos del espacio: luego debe atravesar un conjunto infinito en un tiempo finito, lo que es imposible."

[44] Cotéjese Mr. C. D. Broad, *Note on Achilles and the Tortoise, Mind*, N. S., vol. XXII, págs. 318-9.

[45] Op. cit.

[46] Las palabras de Aristóteles son: "El segundo es el llamado Aquiles. Consiste en lo siguiente: que el más lento nunca será alcanzado en su carrera por el más veloz, porque el perseguidor siempre debe llegar primero al punto desde el que el perseguido acaba de partir, de tal modo que el más lento necesariamente debe estar siempre más o menos adelante." *Phys.*, VI, 9. 239 B (R. P. 137).

[47] *Phys.*, VI, 9. 239 B (R. P. 138).

[48] Physc., VI, 9. 239 B (R. P. 139).

[49] Loc. cit.

[50] Loc. cit., pág. 105.

[51] *Phil. Werke*, Gerhardt's Edition, vol. I, pág. 338.

[52] GALILEO GALILEI, *Diálogo acerca de dos Nuevas Ciencias;* Trad. José San Román Villasante. Anotada por el Doctor Teófilo Isnardi (Ed. Losada, Bs. As., 1945), pág. 57.

[53] En su *Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre* y en artículos en *Acta Mathematica*, vol. II.

[54] La definición de número contenida en este libro, y elaborada en el *Grundgesetze der Arithmetik* (vol. I, 1893; vol. II., 1903), fue redescubierta por mí en ignorancia de la obra de Frege. Quiero establecer tan enfáticamente como sea posible, lo que parece todavía ignorarse a menudo, que su descubrimiento antecede al mío, en dieciocho años.

[55] Giles, *The Civilisation of China* (Home University Library), pág. 147.

[56] Cotéjese *Principia Mathematica*, párrafo 20, e Introducción, cap. III.

[57] Ver *Tractatus Logico-Philosophicus*, por Ludwig Wittgenstein (Kegan Paul, 1922).

[58] Por lo tanto, aquí no estamos usando "cosa" en el sentido de una clase de "aspectos" correlacionados como hicimos en la tercera conferencia. Cada "aspecto" contará separadamente para establecer las leyes causales.

[59] Sobre este tema, ver *Treatise on Probability* de Keynes (Macmillan, 1921).

[60] Las observaciones antedichas, con propósito de ilustración, adoptan una de las varias opiniones posibles sobre cada uno de los distintos puntos en debate.

# INDICE ANALITICO


Absoluto, 14, 39-40.
Abstracción, principio de, 41, 105 s.s.
Actividad, 181 s.s.
Allman, 199.
Análisis, 151, 166, 171, 195.
  Legitimidad del, 126.
Anaximandro, 11.
Anterior y posterior, 97.
Antinomias de Kant, 129 s.s.
"Aquí", 65, 80.
Aquiles, argumento de Zenón del, 142.
Aquino, 17.
Aristóteles, 40, 134 s.s., 194, 199.
Aseveración, 50.
Atomismo lógico, 12.
Atomistas, 133.

Bergson, 12, 17, 19, 23 s.s., 116, 126, 131, 136, 143, 146, 186 s.s.
Berkeley, 86.
Bolzano, 136.
Boole, 40.
Bradley, 13-14, 39, 136-137.
Broad, 198, 201.
Brochard, 200.
Burnet, 140 s.s., 197, 199, 200.

Calderón, 83.
Cambio, exige análisis, 127.
Cantor, Georg, 10, 129, 136, 155, 158, 162.
Cantor, Moritz, 200.
Carrera, argumento de Zenón de la, 140 s.s.
Categorías, 39.
Causalidad, 36-37, 70, 172 s.s.
  Leyes de, 178.
  no *a priori*, 180, 188.
Certeza, grados de, 60, 61, 175.
Cinematógrafo, 124-125, 143.
Clases, 164.
  no-existencia de, 167 s.s.
Clásica tradición, 12 s.s., 55.
Complejidad, 122, 131 s.s.
Compulsión, coacción, 185, 188 s.s.
Congruencia, 159.
Conocimiento inmediato, 28, 122.
Conocimiento sobre, 122.
Consecutividad, 113.
Conservación, 88.
Constantes lógicas, 169.
Construcción *v.* inferencia, 10.
Contar, 136, 149, 153 s.s., 165.
Contemporáneos iniciales, 100-101.
Continuidad, 57, 109 s.s., 119 s.s., 129 s.s.,
  de cambio, 89, 91, 110 s.s.
Correlación de lo mental y lo físico, 187.
Cosa en sí, 67, 74.
Cosas, 77 s.s., 88 s.s., 172.
Couturat, 198.
Creencia, 54.
  primitiva y derivada, 61 s.s.

Dante, 17.
Darwin, 11, 18, 27, 33.
Datos, 58 s.s., 171.
  "fuertes" y "débiles", 63 s.s.

Datos sensoriales, 51, 57, 58, 67, 93, 119, 121, 173.
y la física, 10, 58, 72, 84, 85 s.s., 118.
¿infinitamente numerosos?, 126, 132.
Definición, 166.
Descartes, 13, 65, 193.
Descripciones, 164, 173.
Deseo, 184, 189-190.
Determinismo, 189.
Duda, 191.
Duración, 124, 127.

Eddington, 198.
Efecto, 178.
Eleáticos, 24.
Elementos de los hechos, 48, 121.
Empirismo, 38, 180.
Enumeración, 164-165.
Escepticismo, 60.
Espacio, 65, 77, 87, 94 s.s., 109.
absoluto y relativo, 126, 132.
antinomias del, 129 s.s.
percepción del, 61.
de perspectivas, 77 s.s.
particular-individual, 78, 79.
del tacto y de la vista, 69, 70, 95.
Estadio, argumento de Zenón del, 143 s.s., 199.
Euclides, 135.
Evellin, 139.
Evolucionismo, 11, 17 s.s.
Extensión, 123, 126.

Fechas, 98-99.
Filosofía —
y ética, 30 s.s.
y matemática, 151 s.s.
dominio de la, 22.
Finalismo, 19.
Física, 85 s.s., 124, 194, 196.
descriptiva, 181.
verificabilidad de la, 71-72, 93.
Flecha, argumento de Zenón de la, 142.
Forma, lógica, 41 s.s., 151, 168-169.
Fracciones, 112, 146-147.
Frege, 40-41, 162 s.s.

Galileo, 12, 55, 156, 158, 194.
Gaye, 143, 145, 200.
Geometría, 13.
Giles, 201.

Harvard, 12.
Hecho, 48.
atómico, 49.
Hegel, 11, 38 s.s., 45, 139.
Hipasos, 135, 192.
Hipótesis en filosofía, 193.
Huí Tzu, 168.
Hume, 176, 179.

Ilusiones, 75.
Inclusión, contenido, 96 s.s., 101-102.
Inconmensurables, 134 s.s., 192.
Independencia, 65, 66.
causal y lógica, 66.
Indiscernibilidad, 124.
Indivisibles, 134.
Inducción, 36, 179.
matemática, 159 s.s.
Inductividad, 155, 159 s. s.
Inferencia, 43, 50.
Infinitesimales, 114.
Infinito, 10, 58, 112, 125.
históricamente considerado, 129 s.s.
"verdadero", 147, 148.
teoría positiva de, 151 s.s.
Instantes, 98 s.s., 109, 123, 175.
definidos, 99-100.
Instinto, 31 s.s.
Inteligencia, 26 s.s.
Inteligencia —
como desplegada por amigos, 81-82.
inadecuación del despliegue, 83.
Interpenetración, 121.

James, 12, 17, 19.
Jourdain, 199.
Jowett, 138.
Juicio, 54.

Kant, 11, 94, 98, 129 s.s., 163.
Keynes, 201.

Laplace, 18.
Leibniz, 19, 40, 76, 151, 156.
Lenguaje, malo, 72, 114-115.

Leyes causales, 92, 172 s.s.
evidencia de las, 175 s.s.
en psicología, 177.
Leyes de la naturaleza, 174 s.s.
Libre albedrío, 172, 184 s.
Lógica, 163.
analítica no constructiva, 15.
aristotélica, 13.
y hecho, 50.
inductiva, 35, 179.
matemática, 9, 40 s.s.
y filosofía, 15, 35 s.s, 192.
Lugar, 75, 78-80.
*en* y *desde*, 81.

Macran, 197.
Mach, 105, 181.
Matemática, 40, 54.
Materia, 68, 85 s.s.
permanencia de la, 86.
Mayor y menor, 158-159.
Medición, 135.
Memoria, 186, 189, 191.
Método —
deductivo, 13.
lógico-analítico, 9, 171, 191 s.s.
Milhaud, 200.
Mill, 36, 163.
Misticismo, 24, 45, 57, 83.
Montaigne, 32.
Movimiento, 111, 175.
continuo, 113, 114.
teoría matemática del, 112.
percepción del, 115 s.s.
argumentos de Zenón sobre el, 139 s.s.
Mundo exterior, conocimiento del, 57 s.s.
Mundos —
real e ideal, 94.
posible, 152.
particular-individual, 77.

Newton, 33, 123.
Nicod, 97.
Nietzsche, 17.
Noël, 139.
Número —
cardinal, 111, 152 s.s.
definido, 162 s.s.
finito, 133, 154 s.s.
inductivo, 159.
infinito, 146, 148, 151 s.s., 160.
reflexivo, 55 s.s.

Occam, 90, 123.
Orden, 111.

Parménides, 57, 136 s.s., 146.
Pasado y futuro, 181, 189 s.s.
Peano, 40-41.
Perspectivas, 76 s.s., 94.
Philoponus, 200.
Pitágoras, 24, 133 s.s., 192.
Platón, 11, 24, 30, 45, 57, 138, 199.
Poincaré, 105, 119.
Pragmatismo, 17.
Prantl, 142.
Premisas, 171.
Probabilidad, 37-38.
Pronosticabilidad, 185 s.s.
Proposiciones, 50.
atómicas, 50.
generales, 52.
moleculares, 51.
Puntos, 95 s.s., 109, 132.
definición de, 9, 95.

Realismo, nuevo, 13.
Reflexividad, 155 s.s.
Relaciones, 44.
asimétricas, 46.
razones de Bradley contra las, 13.
externas, 126-127.
intransitivas, 47.
múltiples, 48.
biunívocas, 165.
realidad de las, 48.
simétricas, 46, 106.
transitivas, 47, 106.
Relatividad, 87, 196.
Repeticiones, 186 s.s.
Reposo, 115.
Ritter y Preller, 199.
Robertson, D. S., 199.
Rousseau, 25.
Royce, 48.

Santayana, 45.
Sensación, 29, 67, 105.
y estímulo, 117.
Sensopercepción, 50.

Serie, sucesión, 47.
  densa, 111, 120.
  continua, 111, 113.
Sigwart, 152.
Simplicio, 200.
Simultaneidad, 97.
Síntesis, 130, 152.
Spencer, 12, 19, 191.
Spinoza, 45, 137.
Sueños, 75, 82.
Sujeto-predicado, 44.

Tales, 11.
Tannery, Paul, 200
Teleología, 181.
Testimonio, 61, 65, 72, 76-77, 81, 171.
Tiempo, 86, 97 s.s., 109, 129 s.s., 137, 174.
  absoluto o relativo, 123.
  local, 87-88.
  particular-individual, 102.

Unidad orgánica, 16.
Unidad y pluralidad, 138, 140.
Uniformidades, 175.
Universal y particular, 197.

Ver doble, 75-76.
Volición, voluntad, 181 s.s.

Whitehead, 9, 168, 198.
Wittgenstein, 10, 201.

Yo, 66.

Zeller, 142.
Zenón, 109, 113, 115, 136 s.s.

# INDICE GENERAL

*Prefacio* ..... 9

Primera conferencia: *Tendencias actuales* ..... 11
Segunda conferencia: *La lógica como esencia de la filosofía* ..... 35
Tercera conferencia: *Sobre nuestro conocimiento del mundo exterior* ..... 57
Cuarta conferencia: *El mundo de la física y el mundo de los sentidos* ..... 85
Quinta conferencia: *La teoría de la continuidad* .... 109
Sexta conferencia: *El problema del infinito considerado históricamente* ..... 129
Séptima conferencia: *La teoría positiva del infinito* .. 151
Octava conferencia: *Sobre la noción de causa con aplicaciones al problema del libre albedrío* ..... 171

*Notas* ..... 197
*Indice analítico* ..... 203

OTRO TÍTULO DE

# los libros del mirasol

ENRIQUE DE GANDIA

## LA INDEPENDENCIA AMERICANA

### Causas y caracteres

Las naciones hispanoamericanas surgieron de una guerra civil que provocó la separación de España, primero, y nuevas luchas, después, entre las corrientes encontradas del despotismo y de la libertad; luchas que no han terminado y que seguirán siendo la causa principal de la historia futura.

Este libro refleja, como ningún otro, los odios e ideales que las guerras napoleónicas y los derechos naturales del hombre extendieron sobre el Nuevo Mundo, en una luminosa síntesis de uno de los acontecimientos más trascendentes de la historia. Bajo la luz profunda y renovadora de sus páginas caen deshechas viejas tradiciones y leyendas con las cuales, hasta ahora, se ha explicado la revolución americana.

OTRO TÍTULO DE

# los libros del mirasol

JUAN JACOBO ROUSSEAU

## EL CONTRATO SOCIAL

Este es uno de los documentos fundamentales de la historia de la filosofía política, de decisiva acción sobre la evolución de la sociedad moderna, especialmente en América.

El naturalismo permitió a Rousseau fundamentar un nuevo estado social para el hombre, ubicado en una sociedad que modifica su ser. Esto es lo que el autor llamó "pacto social", basado aún en los principios naturales, pero oponiéndose tanto al concepto aristotélico del hombre político como al Estado de derecho divino del pensamiento cristiano.

Para Rousseau, el hombre es bueno por naturaleza. Su "estado natural" es pacífico y virtuoso; la lucha, el antagonismo, el "estado de guerra", sobrevienen por la convivencia y la cooperación, propios del "estado social". Dentro de este esquema se incorpora, además, el concepto de libertad individual.

Muchas de las preguntas planteadas en *El contrato social* siguen aún sin respuesta, y muchos de los problemas señalados por esta obra capital se han agudizado.

MONTONE S. A. finalizó
la impresión de este libro
el día 10 de agosto de 1964,
en sus Talleres Gráficos
Humboldt 1464 - Bs. Aires

# los libros del mirasol

Con su inveterada lucidez, el filósofo inglés cuyo pensamiento ha estado siempre al servicio de la humanidad, en continuada y firme acción por el mejoramiento de la sociedad contemporánea, reúne en este libro una serie de trabajos destinados a orientar al público en el estudio de los fenómenos que nos rodean, componiendo el complejo llamado mundo exterior, actuante sobre nuestros sentidos y al que pretendemos interpretar por medio del método lógico analítico.

Bertrand Russell propone su camino para "convertir a la filosofía en ciencia y aspirar a resultados independientes de las inclinaciones y del temperamento del filósofo que los defiende".

Su sistema, por consiguiente, se basa en la más pura intención científica y objetiva. Aspira a un entendimiento que ponga fin a las querellas entre realistas e idealistas y resuelva "todo lo que tenga solución en este problema"

Por el prestigio del autor, la importancia del tema, la autoridad del juicio y el rigor de la lógica matemática que lo preside *Conocimiento del mundo exterior* es una obra valiosa e imprescindible dentro del cuadro del pensamiento moderno.